PRICES AND INCOMES COMMISSION

John L. Scadding

Changes in the Stock of Money and Output and Prices: 1954-1969

The relationship between changes in the stock of money and changes in output and prices: Canada 1954-1969

by

John L. Scadding

Stanford University

November 1972

"This is one of a series of studies prepared for the Prices and Incomes Commission. The analyses and conclusions of these studies are those of the authors themselves and do not necessarily reflect the views of the Commission."

Available by mail from Information Canada, Ottawa,
and at the following Information Canada bookshops:

HALIFAX
1683 Barrington Street

MONTREAL
640 St. Catherine Street West

OTTAWA
171 Slater Street

TORONTO
221 Yonge Street

WINNIPEG
393 Portage Avenue

VANCOUVER
800 Granville Street

or through your bookseller

Price: $2.25 Catalogue No.: RG33–16/1973

Price subject to change without notice

Information Canada
Ottawa, 1973

CONTENTS

TABLES

chapter one

INTRODUCTION

In almost all discussions of the problem of combatting inflation, there is the idea, even if it is only implicit, that some sacrifice of output and employment is necessary to lower the rate of price increase. At its crudest level, this idea takes a theological cast: the greater the sin, i.e., the higher the rate of inflation, the greater the price of atonement, in this case, lost production and jobs. At the (perhaps) opposite end of the intellectual spectrum, this idea of a trade-off is enshrined in the observed relationship known as the Phillips Curve [16].

Recently, debate about the Phillips Curve has focussed on the question of whether the observed trade-off is a short-run or long-run phenomenon. It is not clear in the popular discussions of the trade-off problem, in the press, for example, and even in government policy statements, which assumption is being made, if indeed the question is even considered. On the other hand, if one takes the Phillips curve analysis at face value, the implication is that a permanently lower rate of inflation can be bought only with a permanently lower level of employment, and hence output.

Some economists, notably Friedman [9] and Phelps [15] have argued that the correct notion is that the Phillips curve is

a representation of a short-run relationship between rates of price change on the one hand, and levels of unemployment (and output) on the other. We can put this in a slightly different way by saying that on this new view, changes in the rate of price increase are associated in the short run with changes in the rate of unemployment, and hence with short run changes in output. Expressed in this way, the (short-run) trade-off is one between variations in the rate of inflation and changes in the rate of change of output. Thus, for example, a permanent shift downwards in the rate of inflation is accompanied first by a rise in the rate of unemployment which causes output to grow more slowly than before (or perhaps to fall). After a certain length of time, however, the rate of unemployment moves back to its initial level - the so-called "natural rate" (Friedman [9]) - and during the transition back the rate of growth of output is higher than it had been previously.

The time path of output would look like ABC or perhaps ABC´ (which is a more accurate representation of actual experience discussed in chapter four) in Figure 1. The short run or transitory nature of the phenomenon is reflected in the fact that output is restored to the initial long-run growth path AD in the case of ABC, or in the case of ABC´, that the long-run rate of growth is restored.

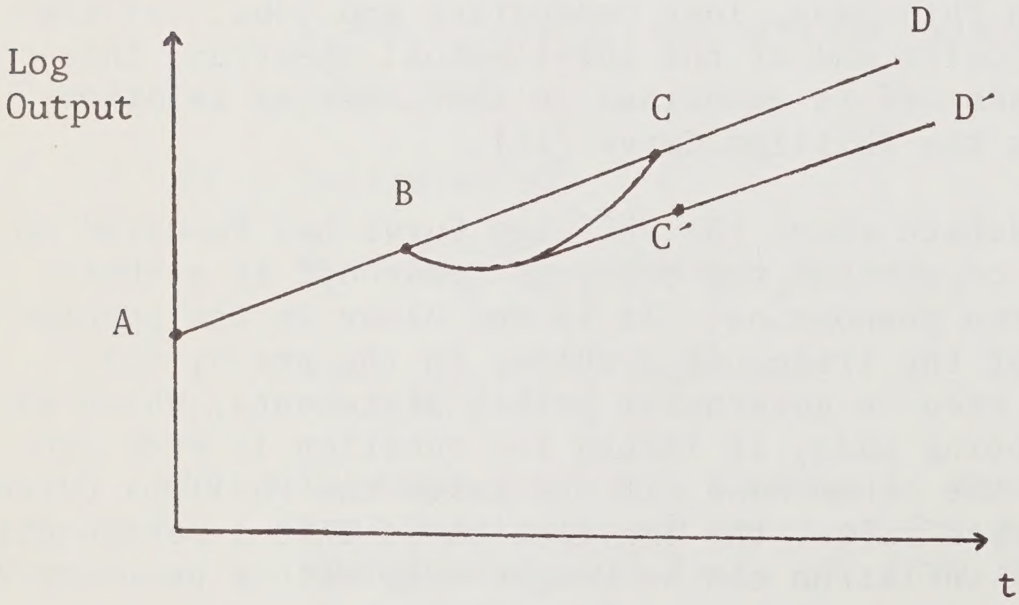


FIGURE 1

There is a connection between the Phillips Curve controversy and another important question, namely, how are changes in nominal (the money value of) output divided between changes in real output and changes in prices. If there is an association between changes in output and changes in inflation, then the problem comes down to one of identifying the cause of inflation. It should be stressed that the interesting part of the problem is again the division between <u>short run</u> changes in output and rates of price change. There is general agreement on what causes output to grow over the long run: growth of the labor force, of the stock of capital and changes in technology. Once the long-run growth of income is specified (and perhaps the behavior of some set of interest rates) the long-run behavior of velocity is known, and these two things, together with the long-run rate of growth of the money supply, determine the long-run rate of inflation.

But in the short run the growth of output may depart from its long-run path; in this case the rate of inflation cannot be computed as a residual. Even if the behavior of velocity and the supply of money are given, the rate of change of output is still undetermined. Only if the latter is a function of the rate of price change is it possible to use the Quantity Equation to solve for the rate of inflation. Hence the problem of the division of changes in nominal income between output and prices can be thought of as a problem in the short-run determinants of inflation. In this study an attempt is made to link the long-run and short-run theories of inflation by seeking a common cause in the behavior of the rate of change of the supply of money. Whether that is an adequate explanation for the observed behavior of prices and output is a question which is left open until the evidence has been presented.

In the next chapter a formal model is presented linking short-run changes in the rate of growth of output and changes in the rate of change of prices, to the rate of growth of the supply of money.

The structural form of the model is not unlike that of the St. Louis Federal Reserve [5] except that it is expressed in terms of growth rates rather than first differences of the data. Like that model it provides a rationale for the sort of reduced form equations typical of the Monetarist school.[1] One difference however, is that the structural form of the

model presented here is used to deduce the shapes of the distributed lags in the reduced form equations. As it turns out, constraining the distributed lags to their predicted shapes produces the best estimation results.

The formal properties of that model are given in the Appendix; the important results are summarized in chapter three. Chapter four discusses the estimation problems and results. Chapter five contains a summary and some tentative conclusions about the effect of wage controls on the model.

---

[1] Since this paper was written, a piece by Anderson and Karnosky [4] for the St. Louis Bank has come to my attention which estimates for the United States reduced form equations exactly like the ones in this paper. It is interesting, and to me at least reassuring, that the Anderson-Karnosky results are very similar to those presented in this paper.

Of course the striking similarity of the results for the United States and Canada raises the question of just how exogenous the money supply is for Canada. I completely evade this issue here, but I think it is only fair to point out that changes in the stock of money may be acting as a proxy for other variables which are in fact the true determinants of changes in output and prices.

chapter two

A STRUCTURAL MODEL

The fundamental assumption of this study is that disturbances in the macroeconomic system originate in changes in the rate at which the supply of money is increased or decreased. In other words, the behavior of the growth of the money supply, M, is the engine which drives the system; or to use the terminology of the dynamic systems literature, the rate of growth of M is the forcing function.

These unanticipated changes in the rate of growth of M cause portfolio imbalances; these imbalances in turn cause changes in spending in attempts to restore portfolio balance. The impact of these changes in spending on the flow of output may be considerably delayed, for typically changes in spending are directed first to financial assets, then to real assets, and finally to the flow of currently produced goods (Friedman [8]).

The Determinants of Inflation

The change in spending on output typically will have both quantity and price effects. The effect on quantity is discussed on the next page. As for the effect on prices, or more precisely on the rate of change of prices or the rate of inflation, it is assumed that the adjustment of rates of

price change to the rate that will restore portfolio balance is not made instantaneously but rather is made in stages over time. In the very short run, therefore, changes in spending (demand) will be met only in part by changes in prices, the remainder by the running down of inventories, rationing and whatever changes in production are forthcoming.

If we let λ' be the rate of increase of M, and m^d the rate of increase of the demand for real balances, then the rate of increase of prices, $\bar{\pi}$, which preserves money market equilibrium is,

$$\pi = \lambda' - m^d \qquad (2.1).$$

Since we are interested in the short-run variations in the growth of output about its long-run trend we let,

$$m^d = \varepsilon_1' \, y_L + \varepsilon_1 y \qquad (2.2),$$

where ε_1' and ε_1 are the long-run and short-run elasticities of the demand for real balances and y_L and y are the corresponding growth rates of real output.[1] Normalizing the rate of growth of M with respect to the long-run growth of the demand for real balances, we have,

$$\begin{aligned} \bar{\pi} &= \lambda' - \varepsilon_1' \, y_L - \varepsilon_1 y \\ \bar{\pi} &= \lambda - \varepsilon_1 y \end{aligned} \qquad (2.3)$$

where $\lambda = \lambda' - \varepsilon_1' \, y_L$. Since in the long run $y = 0$, and

$\bar{\pi} = \lambda' - y_L + v_L$, where v_L is the long-run rate of change of velocity, we can write λ as,

$$\lambda = \lambda' - y_L + v_L \qquad (2.4).$$

---

[1] If we identify these long-run and short-run elasticities with the elasticities of demand for real balances with respect to permanent and transitory income respectively, then we would expect ε_1 to be quite small if not zero.

We shall use the familiar partial adjustment model to take account of the fact that the rate of increase of prices is not adjusted instantaneously to the rate, $\bar{\pi}$, which would restore equilibrium in the money market:

$$D\bar{\pi} = \gamma_1[\lambda - \varepsilon_1 y - \pi] \ , \gamma_1 > 0 \qquad (2.5).$$

Here D is the differential operator d()/dt, π is the actual rate of price increase and γ_1 is the adjustment parameter.

It is possible to give (2.1) an interpretation in terms of the adjustment of actual real balances to desired real balances. Again, we assume that the imbalances caused by shifts in the rate of growth of M are not corrected immediately by large changes in spending. Let us define the desired rate of change of velocity, v^d, as,

$$v^d + m^d \equiv y_L \qquad (2.6).$$

Similarly, the actual rate of increase of velocity, v', is defined as,

$$v' + \lambda' = \pi + y \qquad (2.7).$$

Hence,

$$v^d - v' = \lambda' - m^d - \pi$$

$$= \lambda - \varepsilon_1 y - \pi \qquad (2.7').$$

Thus, the discrepancy between the desired rate of change of velocity and the actual rate of change is also given by $\lambda - \varepsilon_1 y - \pi$. When the desired rate of change exceeds the actual rate, for example, real balances grow at a faster rate than is desired. Spending then will increase in an attempt to correct the too-high ratio of real balances to income, and this will put pressure on prices to grow faster. Hence we should have that,

$$\frac{\partial D\pi}{\partial[v^d - v']} = \frac{\partial D\pi}{\partial[\lambda - \varepsilon_1 y - \pi]} = \gamma_1 > 0 \qquad (2.8),$$

which agrees with (2.5). Finally, in long-run equilibrium $y = 0$. $\pi = \bar{\pi} = \lambda$, and hence $v^d = v'$.

Short-Run Changes in Output

We shall make one further addition to (2.1); but before doing so, we shall describe the companion output adjustment equation. For this equation we concentrate on the behavior of labor costs which represent the largest part of total costs in the production of output. We assume that changes in the real wage alter the profitability of production and lead to adjustments in output.[2] These changes in the real wage arise out of the differences in the rate of change of prices and the *expected* rate of change. The former operates on the demand side in the market for labor; the greater is the rate of increase of prices, the greater is the fall, *ceteris paribus*, in the real wage. Expected rates of price change, on the other hand, enter on the supply side through workers' calculations of future real wages, which determine the size of money wage increases demanded. For simplicity we assume that the rate of increase of money wages demanded is equal to the expected rate of increase of prices, denoted by π^*; as long as the relationship is monotonic increasing, the argument is not affected.

In Figure 2, the demand, DD, and supply, SS, for labor as functions of the real wage are shown. The current real wage is w_0. If the rate of inflation is π_0, then the change in the real wage is $\omega_0\pi_0$ which would lead to an increase in the amount of labor demanded of L_0b. We can show the same thing by drawing in a new demand curve, $D'D'$, which gives for each real wage and rate of inflation the new amount of labor demanded. Obviously there is a different such curve for every rate of inflation.

---

[2]This is not the only sort of explanation possible for the short-run changes in output. We are more concerned with positing (i) a positive relationship between rates of price change and of output, and (ii) a negative feedback of expected rates of price change or rates of wage change on output, than with any particular line of explanation. The first relationship captures the essential point about the Phillips curve and provides the link between changes in the stock of money and output. The second produces the sort of long-run instability in the Phillips curve argued by Phelps and Friedman. It is also consistent with Alchian's explanation of short run changes in unemployment in terms of search costs [1].

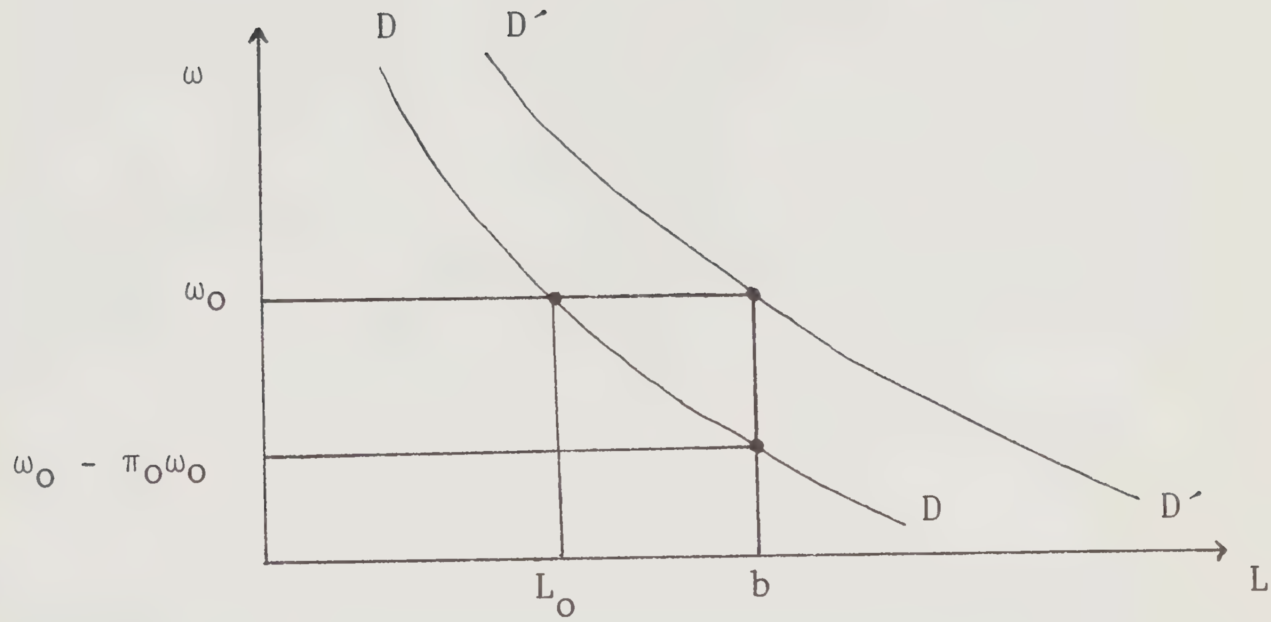


FIGURE 2

The same sort of analysis applies on the supply side. Here the supply price of labor in terms of the money wage is raised to compensate for the anticipated decline in real wages calculated using expectations of future rates of inflation. Thus, for example, if π^* is the expected rate of inflation, the anticipated fall in the real wage is $\pi^*\omega_0$. On the other hand an increase in money wages at the rate w raises the real wage by $w\omega_0$. Hence to maintain the real wage constant,

$$w = \pi^* \qquad (2.9).$$

Corresponding to the supply curve, SS, therefore, is a curve S´S´ which incorporates the effect of the increase in money wages demanded on the supply price in terms of the real wage.

In Figure 3, it is assumed that the expected rate of inflation lags behind the actual rate, i.e., that $\pi > \pi^*$.

This would be the situation, for example, in the early part of the transition to a higher rate of inflation.

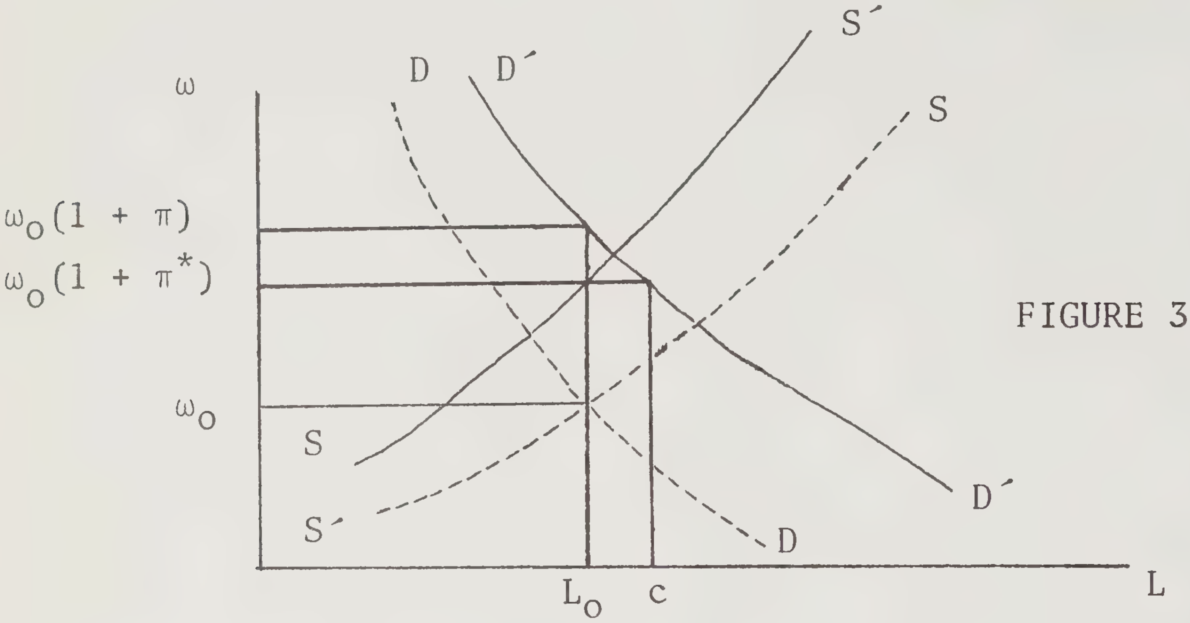


FIGURE 3

From Figure 3 we can see that even if money wages were bid up at the rate π_0^*, there would still be an excess demand for labor of L_0c. We can regard this as the desired increase in employment, corresponding to which is a desired increase in output. Again we assume that the entire adjustment is not made immediately, but rather in proportion to the difference between the desired and actual rate of change of output. Letting L^d be the demand for labor, we have,

$$
\begin{aligned}
dL^d &= \partial L^d/\partial\omega \cdot d\omega \\
&= (\partial L^d/\partial\omega)[w - \pi]\omega \\
&= (\partial L^d/\partial\omega)[\pi^* - \pi]\omega \qquad (2.10),
\end{aligned}
$$

using the assumption that the money wage is bid up by the expected rate of inflation. Since $dY = (\partial Y/\partial L)dL$, where Y is real output, we can write the short-run change in output corresponding to the desired change in employment as,

$$
\begin{aligned}
dY^d &= (\partial Y/\partial L)dL^d \\
&= (\partial Y/\partial L)\,\frac{\partial L^d}{\partial\omega}\,\omega(\pi^* - \pi) \qquad (2.11).
\end{aligned}
$$

Normalizing with respect to Y, the actual level of output, we obtain the desired short-run rate of change of output, y^d:

$$y^d = \frac{dY^d}{Y} = \frac{1}{Y}\frac{\partial Y}{\partial L}\frac{\partial L^d}{\partial \omega}\,\omega[\pi^* - \pi]$$

$$= \frac{L}{Y}\frac{\partial Y}{\partial L}\frac{\partial L^d}{\partial \omega}\frac{\omega}{L}\,[\pi^* - \pi]$$

$$y^d = -\varepsilon_2(\pi^* - \pi) \qquad (2.12),$$

where ε_2 is the absolute value of the elasticity of output with respect to the real wage. Letting y be the actual rate of growth (short run), we can write the partial adjustment equation for output as,

$$Dy = \gamma_2[y^d - y]$$

$$Dy = \gamma_2[-\varepsilon_2(\pi^* - \pi)],\ \gamma_2 > 0 \qquad (2.13).$$

Although we have expressed the quantity adjustment in terms of a supply response we can give (2.13) an interpretation in terms of demand conditions as well. For example, from (2.5) we have that excess demand, represented by $\lambda - \varepsilon_1 y$, raises π, the rate of price increase. This in turn from the presence of π in (2.13) raises first the desired rate of output increase and eventually the actual rate of increase. Conversely, when $\lambda - \varepsilon_1 y$ is negative π falls and so does the rate of increase of output.[3]

---

[3] Siegel [17] has pointed out that if one writes

$$\pi = F(x) + \pi^*$$

$$y = G(x) \qquad (2.13a),$$

where x is some measure of excess demand, in our case measured $\lambda - \varepsilon_1 y$, then assuming F(x) has an inverse one can write

$$y = G(F^{-1}(\pi - \pi^*)) \qquad (2.13b).$$

Hence the specification (2.12) is consistent not only with supply-determined output changes, but with demand induced ones as well.

Closing the Model

Finally, we close the system by assuming the usual adaptive expectations model for the formation of expected prices (or wages):

$$D\pi^* = \alpha[\pi - \pi^*], \qquad \alpha > 0 \qquad (2.14).$$

As we noted earlier, there is one change we have to make in the price adjustment equation (2.5). As it stands, that equation expresses the effect of demand pressures on the rate at which inflation proceeds. There is a widespread belief, however, that increases in costs, and particularly in wages, put pressure on pressure on prices to rise. As a very simple-minded way of incorporating this cost-push hypothesis into the model a term $\gamma_3[\pi^* - \pi]$ was added to (2.5); the price adjustment equation now is

$$D\pi = \gamma_1[\lambda - \varepsilon_1 y - \pi] + \gamma_3[\pi^* - \pi] \qquad (2.15).$$

Thus, for example, when expectations of future rates of inflation are running high relative to the actual rate, causing large rates of increase of money wages, equation (2.15) implies that firms will shift forward a part of this increase. The sustainable rate of inflation over the long run, however, is given by the first term in (2.15). If π is pushed up too far through the cost push mechanism, spending will be restrained because of the decline in real balances; and this will exert a dampening influence on the rate of inflation. In long-run equilibrium, of course, anticipated and actual rates of inflation will be equal to that common rate. There will be no pressure coming from the cost side, therefore, to move π away from the equilibrium rate of price increase ($\bar{\pi} = \lambda - \varepsilon_1 y = \lambda$).

chapter three

THE RELATIONSHIP BETWEEN MONEY, PRICES AND OUTPUT

The complete system is reproduced in (3.1a-c) below. In the Appendix the formal properties of the solution of (3.1) are described. The main point is that each of π, y and π^* is a function of past rates of growth of the money stock (each of the variables is a solution to an inhomogeneous differential equation in λ).

$$D\pi = \gamma_1[\lambda - \varepsilon_1 y - \pi] + \gamma_3[\pi^* - \pi]$$

$$Dy = \gamma_2[\varepsilon_2(\pi - \pi^*) - y]$$

$$D\pi^* = \alpha[\pi - \pi^*] \tag{3.1a-c}$$

The system represented in (3.1) is stable. The long-run solutions for a constant rate of monetary expansion of $\bar{\lambda}$ are given by:

$$\bar{\pi} = \bar{\lambda}$$

$$\bar{y} = 0$$

$$\bar{\pi}^* = \bar{\lambda} \tag{3.2a-c}$$

The long solution for π exhibits what has been called

steady state consistency [17]: in long-run equilibrium with a constant rate of growth of the money stock, nominal values (here represented by λ) grow at that constant rate.

The long-run solution for π^* has a similar property. If π is constant for a long enough period it seems reasonable to specify that expectations converge to π. This is a usual condition for so-called "rational expectations" [13]. Hence in long-run equilibrium we have that $\bar{\pi}^* = \bar{\pi} = \bar{\lambda}$. Alternatively, if we interpret π^* as the rate of nominal wage increase, steady state consistency implies $\bar{\pi}^* = \bar{\lambda}$.

Finally, the steady state solution for y expresses the point of view that the long-run rate of growth of output is independent of the behavior of the money supply: this is just the familiar idea of neutrality couched in growth rate terms.[1]

Short-Run Changes in Output

In the transition from one steady state to another, however, y is not zero throughout. The general solution for y is (assuming for simplicity zero initial conditions or alternatively regarding y as a perturbation in its time path for a perturbation in the behavior of λ):

$$y(t) = \gamma_1\gamma_2\varepsilon_2 \int_0^t D\phi(t - \tau)\lambda(\tau)d\tau \tag{3.3}$$

For reasons which will become evident when we discuss the determination of π we prefer to write the distributed lag function as the derivative of ϕ. The distributed lag function $D\phi$ is known in the engineering literature as the impulse response because it expresses the response of y (except for the scale factor $\gamma_1\gamma_2\varepsilon_2$) to a transitory input at t = 0. An example in economics of the same sort of thing is the multiplier analysis of a one period change in the level of investment.

---

[1] A rise in π^* induced by a change in λ reduces the stock of real balances and future additions to real balances. The first effect, if real balances are in the production function, reduces the level of output. The second effect increases capital accumulation, but in the context of a neo-classical growth model does not affect the long-run rate of growth of output.

The Appendix shows that $D\phi$ has a shape like that in Figure 4(a). This shape indicates that a temporary increase in the rate of growth of the money stock, for example, causes the rate of growth of output first in increase and then to decline, eventually falling below the long-run rate of growth (represented by the abscissa in 4(a)). The final phase is a period of an increasing rate of growth until the long-run rate is resumed.

The response of y to a once-and-for-all change in λ is given by ϕ; in engineering terminology, ϕ is called the ramp response. The time path of the response in aggregate output to a permanent increase in investment in the analogy here. The ramp response for y is graphed in Figure 4(b). Its form of course is dictated by that of the impulse response in 4(a). In addition, the assumption of steady-state neutrality implies that,

$$\lim \phi(t) = 0, \quad t \to \infty \tag{3.4}$$

This means that $D\phi$ is symmetric about the horizontal axis, i.e., that the sum of the distributed lag coefficients is zero.

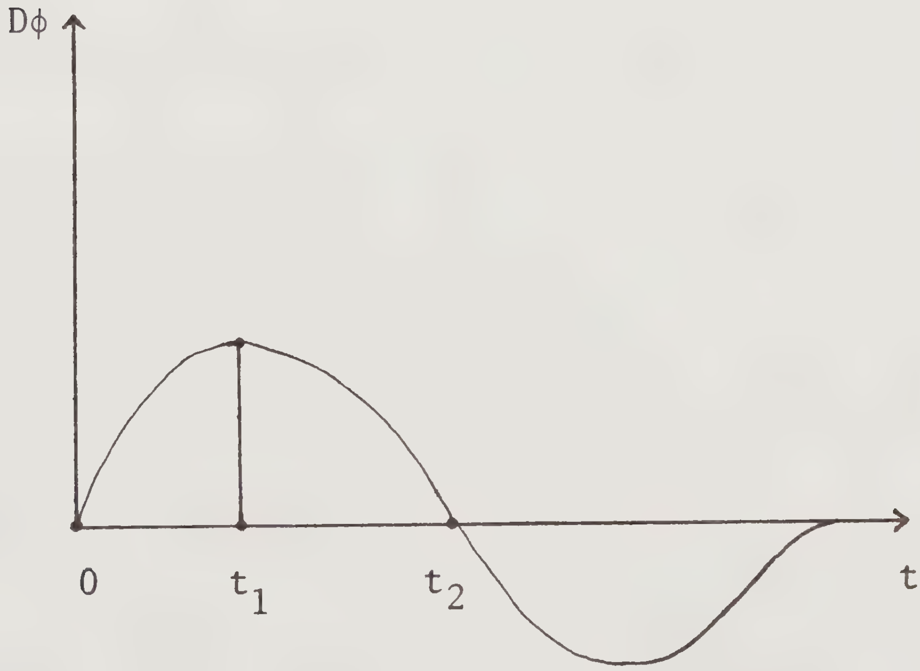


FIGURE 4(a)

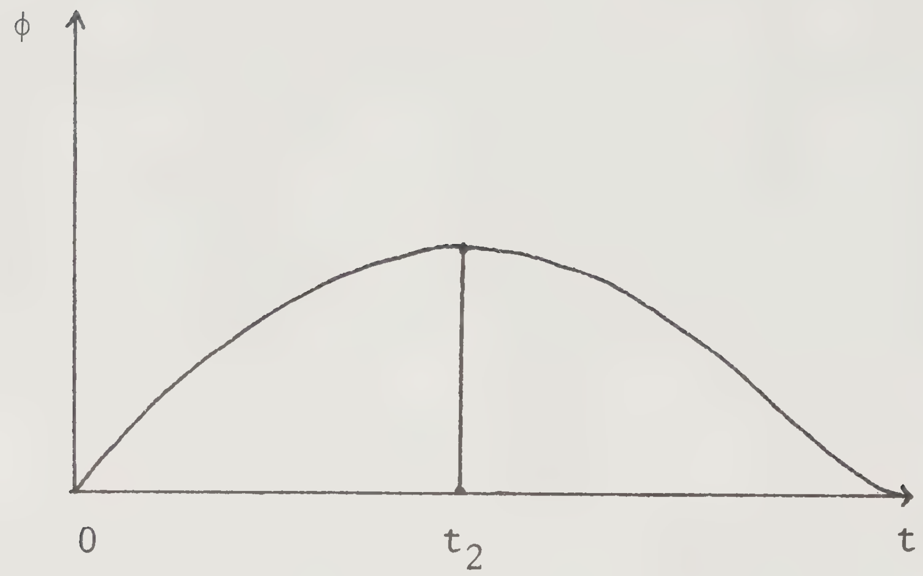


FIGURE (4b)

Variability of the Lag and the Accelerationist Hypothesis

Note that if we measure the lag between money and income by the time between a change in the growth rate of M and a peak in the growth rate of Y, Figures 4(a) and 4(b) show that a variable lag is possible even for a given distributed lag function. For example, a short-lived increase in λ causes y to peak at t_1. On the other hand a permanent increase in λ produces a peak in y at t_2. A policy of increasing the rate of growth of M in two stages would further increase the lag, and in the limit a policy of a constant rate of acceleration in λ would indefinitely lengthen the lag.[2] Under such a policy the long-run Phillips curve would be a downward sloping line whose left-hand vertical asymptote would be the cumulative sum of the response of y to a once-and-for-all increase in λ (see footnote 2). Increases in the rate of growth are bought, so to speak, with accelerating inflation, and there is a finite limit to an increase in the rate of growth that can be purchased this way.[3]

Thus the short-run rate of growth of output is really a function of changes in the growth rate of M. A constant rate of monetary expansion has no lasting effect on the rate of growth; permanently raising the rate of growth requires a constant acceleration in M.

Most work on the relationship between changes in output and money, however, uses the growth rate (or first differences in discrete form) of M as the explanatory variable. We respect this tradition and use λ rather than $D\lambda$, therefore, as the input to the output rate of growth equation. It is for this reason that the distributed lag function is $D\phi$ rather than ϕ; to a certain extent the orders of the derivatives of the distributed lag function and the input can be interchanged.

---

[2]The point about the variable lag has been made by Tanner [18], who has calculated some examples. The point about the need for accelerating inflation can be seen by integrating (3.3) by parts to obtain

$$\int_0^t D\phi\lambda d\tau = \lambda(t)\phi(0) - \lambda(0)\phi(t) + \int_0^t \phi D\lambda d\tau$$
$$= \overline{D\lambda} \int_0^t \phi d\tau,$$

assuming a zero initial condition for λ, and using $\phi(0) = 0$. Note that $\int_0^t \phi$ is monotonic increasing in t. When the scale factor is included, the limit of y(t) is

$$\lim y(t) = (\varepsilon_2/\alpha)\overline{D\lambda}, \quad t \to \infty.$$

This result squares with our intuition. Thus the more rapidly expectations adjust (the larger is α) the smaller is the leverage of inflation on output. On the other hand, the larger the elasticity of output, ε_2, the larger is the response of the growth rate to changes in inflation.

[3]If the first derivative of monetary expansion is built into expectations, even this sort of policy fails to produce a permanent increase in the rate of growth. It is the fact that expectations are one derivative behind, so to speak, which produces transitory changes in output; the order of the derivative of λ in effect used to calculate π^* is unimportant.

The steady state rate of inflation on the other hand is a function of λ. In this case, therefore, we can use ϕ as the distributed lag function if we continue to use λ as in the input to the process. In the short run, however, π is a function of not only λ but also $D\lambda$ and $D^2\lambda$, i.e., of both the first and second derivatives of the rate of increase in the money stock. The general solution, for t large enough that the initial conditions can be ignored, is,[4]

$$\pi(t) = \gamma_1 \int_0^t \phi(t - \tau) D^2\lambda(\tau) d\tau$$

$$+ (\alpha + \gamma_2)\gamma_1 \int_0^t \phi(t - \tau) D\lambda(\tau) d\tau$$

$$+ \alpha\gamma_2\gamma_1 \int_0^t \phi(t - \tau)\lambda(\tau) d\tau \qquad (3.5).$$

It is interesting to note that (3.5) implies that the behavior of inflation depends on not only the past course of changes in the money stock but also on how erratic that course is. Thus, for example, in the transition after a constant rate of monetary expansion is established the behavior of inflation is different depending on how severe a departure the new rate of monetary expansion is from the old. Maurice Allais [2] has argued that distributed lag relationships should take into account the speed with which inputs to the distributed lag are changing. Equation (3.5) represents one formulation of that idea.

---

[4]A solution in λ only is possible. This solution is obtained from (3.5) by integrating by parts. It has the disadvantage that the distributed lag function shape is not easily ascertained. Also, estimating (3.5) offers the chance to estimate α and γ_2.

A third alternative is to estimate π as a linear regression in integrals of γ and derivatives of ϕ rather than the reverse as in the case in (3.5). This was tried, but multicollinearity made nonsense of the results.

chapter four

ESTIMATION RESULTS

Using the results of chapter three we write the reduced form equation for y in discrete form as

$$y_t = \sum_{t=o}^{\infty} w_i \lambda_{t-i} \qquad (4.1),$$

with the shape of the distributed lag like that in Figure 4(a). In particular, we have that $w_o = 0$, $\lim w_i = 0$, $i \to \infty$ and $\Sigma w_i = 0$. Truncating the distribution at some T for which $w_{T+j} \cong 0$, $j \geqq 0$, we have

$$y_t \cong \sum_{i=1}^{T} w_i \lambda_{t-1} \qquad (4.2).$$

A third order polynomial with smallest and largest roots 0 and w_T respectively produces the desired shape of the distributed lag.[1] The Almon technique [3] with a third order polynomial, therefore, is used to estimate the w's.

---

[1]If the solutions to (3.1) involve complex roots, the impulse response will cross the abscissa axis more than once. Fourth and fifth order polynomials were tried, therefore, but the results were inferior.

Two definitions of M were used: (i) currency in the hands of the public plus demand deposits (M1); and (ii) the above plus all other chartered bank deposits (M2). In each case government deposits are excluded. The results for M2 were always better, and they are the ones presented here. Since monthly data is available, quarterly rates of growth were computed from log-linear regressions for each three-month period.

Constant dollar (base 1961) GNE is used as the measure of output.[2] Assuming that Y(t) is the average quarterly figure for GNP centered at the midpoint of the quarter, the growth rate for the quarter is computed as

$$y(t) = \frac{DY(t)}{Y(t)} \cong \frac{Y(t + \frac{T_q}{2}) - Y(t - \frac{T_q}{2})}{Y(t)} \qquad (4.3),$$

where T_q is the length of the quarter. Expanding the right hand side of (4.3) in powers of T_q, we obtain

$$\begin{aligned} y(t) &\cong \frac{DY(t)}{Y(t)}\frac{T_q}{2} + \frac{D^2Y(t)}{Y(t)}\frac{T^2_q}{8} + \frac{DY(t)}{Y(t)}\frac{T_q}{2} \\ &\quad - \frac{D^2Y(t)}{Y(t)}\frac{T^2_q}{8} + 0(T_q^3) \\ &\cong \frac{DY(t)}{Y(t)} T_q + 0(T_q^3) \end{aligned} \qquad (4.4),$$

and hence the approximation in the right hand side of (4.3) is exact up to second order terms.[3] The end point values $Y(t + T_q/2)$ and $Y(t - T_q/2)$ were obtained by linearally interpolating between successive Y(t)' s.

The estimation period is from 1954-I to 1969-IV inclusive. Over 64 quarters M2 grew at an annual average rate of 6.70 per cent.[4] The corresponding rate for Y was 5.01 per cent. Velocity grew on average 0.70 per cent per annum. The rate of growth for the implicit price deflator, therefore, should

---

[2]The data is from the revised National Accounts.

be 6.70 + 0.71 - 5.01 = 2.40 per cent which is in fact the estimate obtained.

The growth rate of Y is normalized using 5.01 per cent; the normalizing rate for λ is 5.01 - 0.70 = 4.31 per cent. In other words, using the notation of chapter two, we have,

$$y = y' - y_L = y' - 5.01$$

$$\lambda = \lambda' - y_L + v_L = \lambda' - 5.01 + 0.70 \qquad (4.5a\text{-}b).$$

---

[3]The more familiar calculation of the growth rate as $[Y(t) - Y(t-1)]/Y(t)$, let us call it $\hat{y}(t)$, is related to the $y(t)$ calculated above as follows. We note that

$$y(t) \cong \{[\frac{Y(t+1) + Y(t)}{2}] - [\frac{Y(t) + Y(t-1)}{2}]\}/Y(t)$$

$$= \frac{1}{2}\{\frac{Y(t+1) - Y(t)}{Y(t)} + \frac{Y(t) - Y(t-1)}{Y(t)}$$

$$\cong \frac{1}{2}\hat{y}(t+1) + \frac{1}{2}\hat{y}(t).$$

Hence given any initial value of $\hat{y}$, it is possible to calculate $\hat{y}$ recursively from the y's as

$$\hat{y}(t+1) \cong 2y(t) - \hat{y}(t)$$

Regression results for the estimation period 1954-1969 yielded,

$$\hat{y}(t+1) = \underset{(9.4446)}{0.6394} + \underset{(67.8769)}{2.1626}y(t) - \underset{(648.6800)}{1.0076}\hat{y}(t)$$

$$R^2 = 0.9870$$

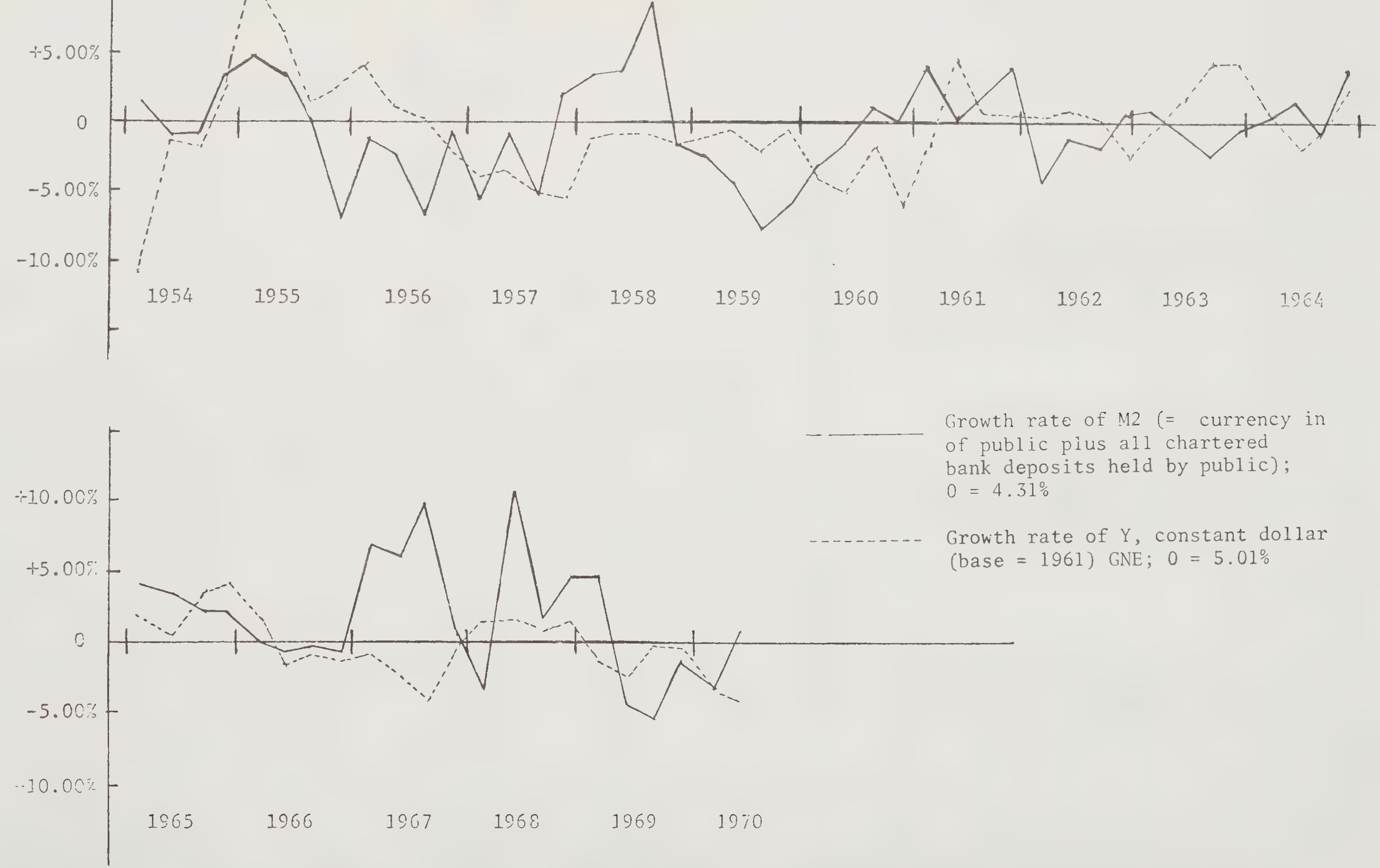
$$\hat{s} = 0.5396.$$

[4]All of the growth rates are expressed in units of percentage points; e.g., 0.05 is expressed as 5.00. For the purposes of exposition the rates have been rounded to the nearest tenth of a percentage point. The long-run rates were calculated from log-linear regressions using quarterly data. All quarterly growth rates are expressed in terms of their annual equivalents using, $(1 + r_a) = (1 + r_q)^4$, where r_a and r_q are the annual and quarterly rates respectively.

FIGURE 5

Annual Equivalent Quarterly Rates of Growth of Real Output and Money Supply:

1954 - 1970



Results for Changes in Output

The results of estimation of the w's for various values of T, the length of the distributed lag, are shown in Table I. Because the values of y show a pronounced seasonal pattern (see Figure 5) even though they are computed from seasonally-adjusted data, the R^2 of the estimated y from a five-quarter moving average of the y's is also included; it is denoted as R^{*2}.[5]

The pattern of weights for T = 11 and T = 12 are shown in Table II and plotted in Figure 6. These values of T combine the highest R^2's with sums of weights closest to zero. For smaller values of T the first few w's are negative, while for larger T the R^2's are appreciably smaller and the weighting pattern is not like that in Figure 4(a) or Figure 6 (the first few weights are large and positive). These values of T mean that it takes about three years for a change in the rate of growth of M to pass through the system in terms of its impact on the rate of growth of Y. We can see from Table II that a permanent shift upwards in λ would produce a peak in y approximately 18 months later while a temporary increase would cause y to peak in about half that time, i.e. after nine months.

Because we have truncated the distributed lag for some

---

[5] A least-squares regression of the deviations of y from its five-quarter moving average on seasonal dummies yielded the following coefficients (t-ratios in parentheses):

Quarter	Seasonal
I	-1.5043 (-1.8479)
II	-0.6932 (-1.6452)
III	1.9349 (2.2126)
IV	1.3768 (3.0252)

TABLE I

Estimation Results for $y_t = \sum_{i=1}^{T} w_i \lambda_{t-1}$, T = 9,....17

1954 - 1969

T	R^2	R^{*2}	Σw_i
9	0.2047	0.6819	0.19568
10	0.2262	0.6905	0.10659
11	0.2371	0.6948	0.03577
12	0.2122	0.6849	0.01308
13	0.1717	0.6686	0.01878
14	0.1263	0.6505	0.05805
15	0.1041	0.6416	0.07019
16	0.0935	0.6374	0.06995
17	0.0818	0.6327	0.04830

TABLE II

Distributed Lag Coefficients for

T = 11 and T = 12

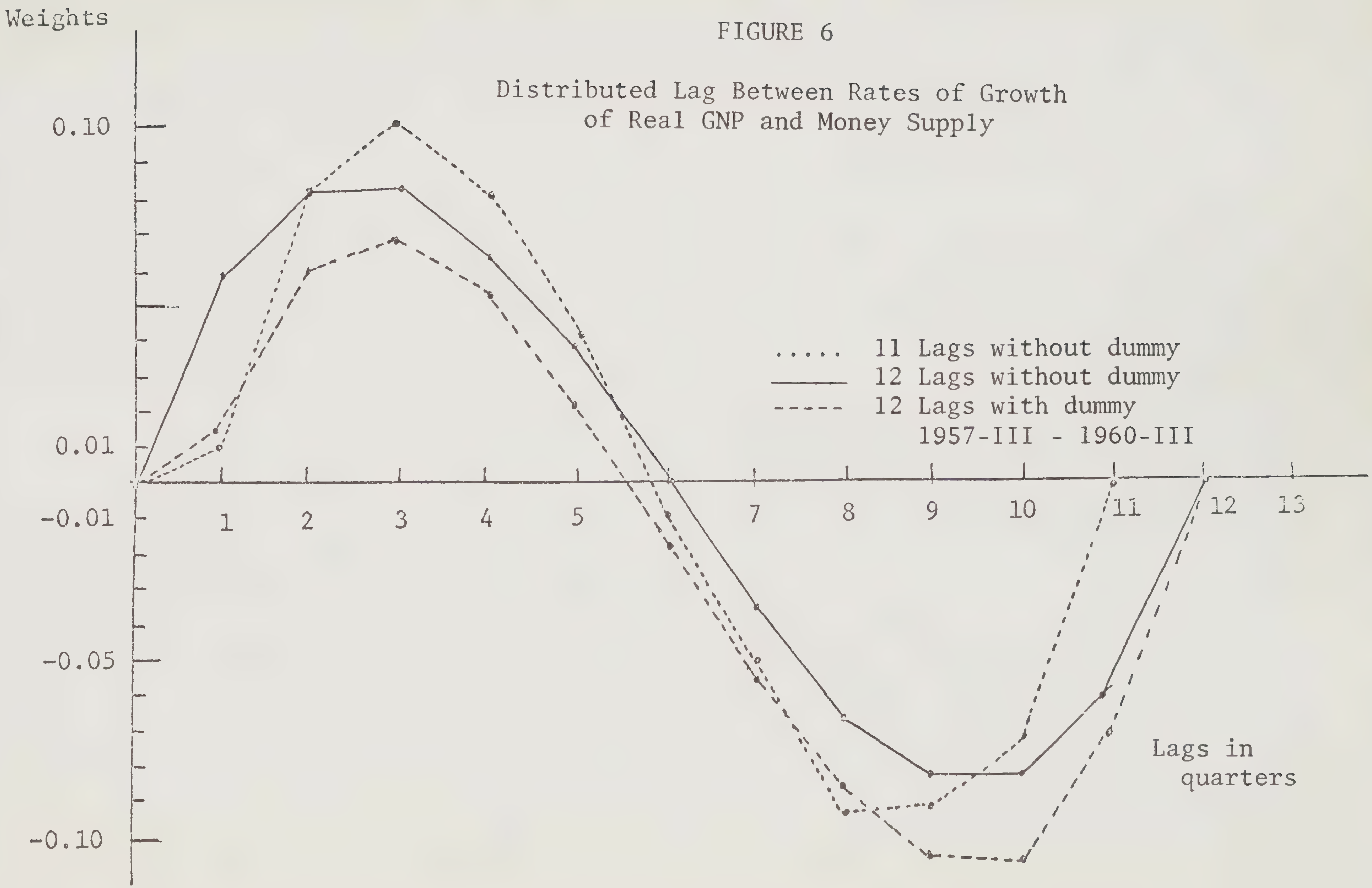
	T = 11		T = 12	
	w_i	$\sum_{j=0}^{i} w_j$	w_i	$\sum_{j=0}^{i} w_j$
i = 0	0.00000	0.00000	0.0000	0.0000
1	0.02166 (0.36109)	0.02166	0.05890 (1.04664)	0.05980
2	0.08552 (2.90000)	0.10718	0.08585 (2.82335)	0.14565
3	0.10335 (3.80825)	0.21053	0.08673 (3.37792)	0.23238
4	0.08689 (2.97312)	0.29742	0.06871 (2.49187)	0.30109
5	0.04792 (1.79115)	0.34534	0.03811 (1.42441)	0.33920
6	-0.00180 (-0.07594)	0.34354	0.00121 (0.04979)	0.34041

TABLE II (continued)

	T = 11		T = 12	
	w_i	$\sum_{j=0}^{i} w_j$	w_i	$\sum_{j=0}^{i} w_j$
7	-0.05051 (-1.97204)	0.29303	-0.03570 (-1.48598)	0.30471
8	-0.08645 (-2.83117)	0.20658	-0.06631 (-2.42770)	0.23840
9	-0.09785 (-3.09189)	0.10873	-0.08434 (-2.74678)	0.15406
10	-0.07296 (-3.15699)	0.03577	-0.08350 (-2.80737)	0.07056
11	0.00000	0.03577	-0.05748 (-2.78704)	0.01308
12	....	....	0.00000	0.01308
$\sum_{i=0}^{T} \sum_{j=0}^{i} w_j$		2.00555		2.21242

FIGURE 6

Distributed Lag Between Rates of Growth
of Real GNP and Money Supply



finite T, there may be some initial-conditions effects which are being picked up in the estimates of the w's. The beginning point of the interval of estimation was varied, therefore, to see what influence this had on the estimates; the results for T = 12 are shown in Table III. What is interesting about these results is that the sums of weights become larger in the negative direction as the interval of estimation becomes smaller. This point is taken up below.

The estimated y's for the period 1956:IV to 1969:IV are shown in Figure 7. During that period there were five cycles in the rate of growth of output. These are represented in Figure 7 by the movements in the five-quarter moving average of y. Disregarding the levels of the predicted y's for a moment, we see that the estimates track the cyclical movements quite well. The only exception is the short 1962:II-1964:IV cycle which the estimated y's completely miss. It is interesting to note that this cycle is exceptionally mild: it is the only one in which the rate of growth never falls below the trend rate.

The only other significant discrepancy between the estimated and actual results is the too-high level of the estimates for the 1957-1960 cycle. This cycle is also unusual in that the upturn is particularly weak, with the growth rate never breaking through the trend rate. One implication of this is that the level of output fails to recover to the trend path. This sharply distinguishes it from the succeeding episodes in which the cycles in output fluctuate more or less symmetrically about the trend line.

The estimated y's for the 1957-1960 cycle imply a behavior of output over the cycle much like that for the later periods. Hence the estimated y's are too large. When a dummy constant is added for the period 1957:III-1960:III the estimated y's match the moving average extremely well.[6] The shape of the distributed lag coefficients for 12 lags with the dummy is shown in Figure 6 and the values of the coefficients listed in Table IV. A summary of the results for the different lag lengths is reported in Table V.

It is not obvious why the 1957-1960 cycle should be

---

[6]The estimates of y for subsequent cycles are unaltered.

TABLE III

Estimation Results for T = 12; Beginning

Point of Interval of Estimation Varied

from 1954:II - 1956:IV

Starting Point		R^2	$\sum_{i=0}^{T} w_i$
1954	II	0.2095	0.01236
	III	0.1953	0.00859
	IV	0.1815	0.00037
1955	I	0.1650	-0.02123
	II	0.1628	-0.09802
	III	0.1652	-0.11480
	IV	0.1740	-0.13715
1956	I	0.1916	-0.16112
	II	0.2359	-0.16753
	III	0.2753	-0.18654
	IV	0.2932	-0.20130

FIGURE 7

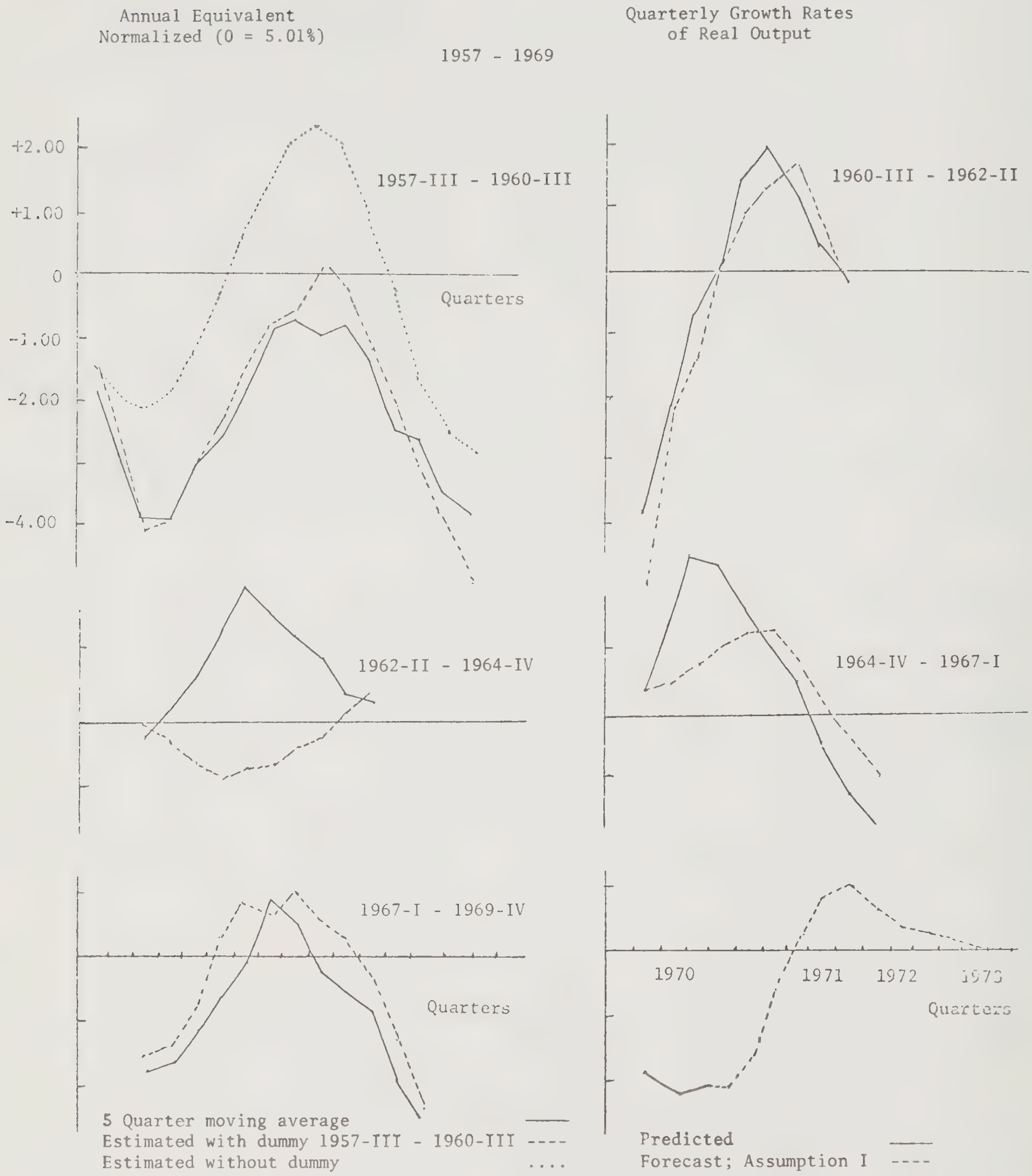

Annual Equivalent
Normalized (0 = 5.01%)
1957 - 1969
Quarterly Growth Rates
of Real Output
+2.00
+1.00
0
-1.00
-2.00
-4.00
1957-III - 1960-III
Quarters
1960-III - 1962-II
1962-II - 1964-IV
1964-IV - 1967-I
1967-I - 1969-IV
Quarters
1970
1971
1972
1973
Quarters
5 Quarter moving average
Estimated with dummy 1957-III - 1960-III ----
Estimated without dummy ....
Predicted
Forecast; Assumption I ----

TABLE IV

Estimates of w's from

$y_t = \Sigma w_i \lambda_{t-i} + b_o d_t$, $d_t = 1$, for t = 1957:III...

1960:III, $d_t = 0$, otherwise...

t - i	w_i	t-ratio	$\sum_{j=0}^{i} w_i$
i = 1	0.01811	0.3579	0.01811
2	0.05846	2.1497	0.07657
3	0.06764	2.9738	0.14421
4	0.05324	2.1984	0.19745
5	0.02285	0.9720	0.22030
6	-0.01595	-0.7430	0.20435
7	-0.05555	-2.5976	0.14880
8	-0.08837	-3.6383	0.05943
9	-0.10681	-3.9287	-0.04638
10	-0.10330	-3.9358	-0.14968
11	-0.07022	-3.8673	-0.21990
12	0.00000	.....	-0.21990
$\sum_{i=0}^{T} \sum_{j=0}^{i} w_j$			0.43336

TABLE V

Estimation Results for $y_t = \Sigma w_i \lambda_{t-i} + b_o d_t$

for various values of T,

1954-1969

T	b_o	t-value	R^2	Σw_i
9	-2.1471	-3.4342	0.3518	0.0549
10	-2.2990	-3.8993	0.4039	-0.0696
11	-2.3823	-4.0882	0.4282	-0.1695
12	-2.3923	-4.1696	0.4183	-0.2199
13	-2.5210	-3.8478	0.3670	-0.2293
14	-2.3953	-3.3017	0.2908	-0.1926
15	-2.4353	-3.0876	0.2579	-0.1875
16	-2.1848	-2.5509	0.2081	-0.1658

different from the succeeding ones. But one thing is clear: the relationship between money and output estimated from the entire sample period is not sufficient to explain it. What is particularly intriguing is that it is the level of the estimates which is off; the estimates track changes in the growth rate extremely well.

The effect of the dummy on the estimates of the distributed lags is also revealing. The sum of the lags turns negative (Table V). This means that the ramp response looks like the one drawn in Figure 8. Note in particular that towards the end of the transition period the (normalized) rate of growth of output turns negative. In fact, from Table IV we see that with 12 lags the rate of growth falls below the trend rate after eight quarters.

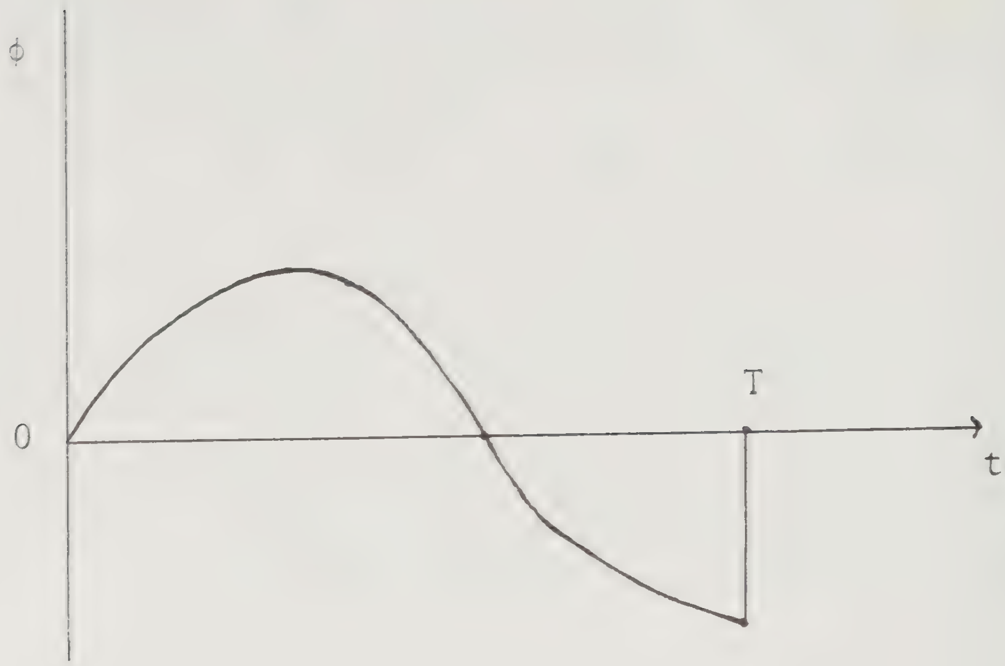


FIGURE 8

Trend Level and Growth Rate Neutrality

The reason for this change is clear enough. The neutrality of money incorporated in the theoretical specification of the model is neutrality with respect to the rate of growth. The fluctuations of the rate of growth about the trend rate of growth for the sample period (except for the 1957-1960 episode), however, suggest a more stringent condition: neutrality with respect to the trend path of output.

For this to be the correct specification it is not enough that the sum of the distributed lag coefficients be zero. The sum of the series of cumulative sums must be zero as well. In other words, the sum of the ramp response coefficients also must be zero. Recall that the ramp response traces out the behavior of the growth rate of output for a permanent change in the rate of monetary expansion. If the ramp response is never negative, as in Figure 4(b) for example, the rate of growth of output is never less than the trend rate of growth after an increase in the rate of growth of M. Hence, under growth rate neutrality, a change in λ displaces the long-run growth path of output although it does

not change its slope.

The point about the 1957-1960 period is that it is consistent with this latter specification. The failure of output to return to the 1954-1969 trend path during that cycle meant that the economy behaved as if the level of output had been displaced downwards. The estimates of the distributed lag coefficients with 1957-1960 included square with this specification: the sum of the distributed coefficients is zero, while the sum of the ramp response coefficients is positive (Table III).

On the other hand, the intracyclical behavior of output after 1960 is consistent with trend-level neutrality. The fluctuations in output in this case do not represent transitions from one trend line to another. And the estimates of the distributed lag, when the 1957-1960 cycle is removed by including the dummy variable, are consistent with our expectations under this specification. Thus the sum of the distributed lag coefficients is negative, and the sum of the ramp response coefficients is much closer to zero (Table IV).

We obtain the same sort of results when the sample period is shortened. Thus when the starting point is 1956:IV, the sum of distributed lag coefficients is -0.2013 compared to -0.2199 when the dummy is used. Since the distributed lag uses up twelve observations, the 1957-1960 period is effectively eliminated in both cases and hence we should expect the results to be much the same.

Finally, we note that since neither the sum of the distributed lag (impulse response) coefficients nor the sum of the ramp response coefficients is zero at 12 lags, the length of the adjustment process may be somewhat longer than that. Extending the length of the lag and using a higher degree polynomial to capture the more complex structure of the distributed lag did not produce superior results, however.

Forecasting Rates of Growth

So far we have used the estimates of the distributed lag function to describe the relationship between the rate of change of the money stock and the rate of change of output. Another way to reveal structure of this relationship is to

forecast rates of growth of output under alternative assumptions about the future rate of growth of M.

First we use actual rates of growth of M for 1970:I, and 1970:II to predict y for 1970:I-III; the results are shown in Figure 9. Since these are smoothed values, the estimated seasonals are added. Estimates of the actual growth rates of Y in 1970:I and II are calculated using DBS preliminary estimates of Y for 1970:I-II and these are included in Figure 9. Finally, forecasts of y under two different assumptions about λ from 1970:IV are computed. Under Assumption I, λ grows at its normalized rate of 4.31 per cent from 1970:III on. This is the rate which should have produced stability of prices over the period 1954-1969.

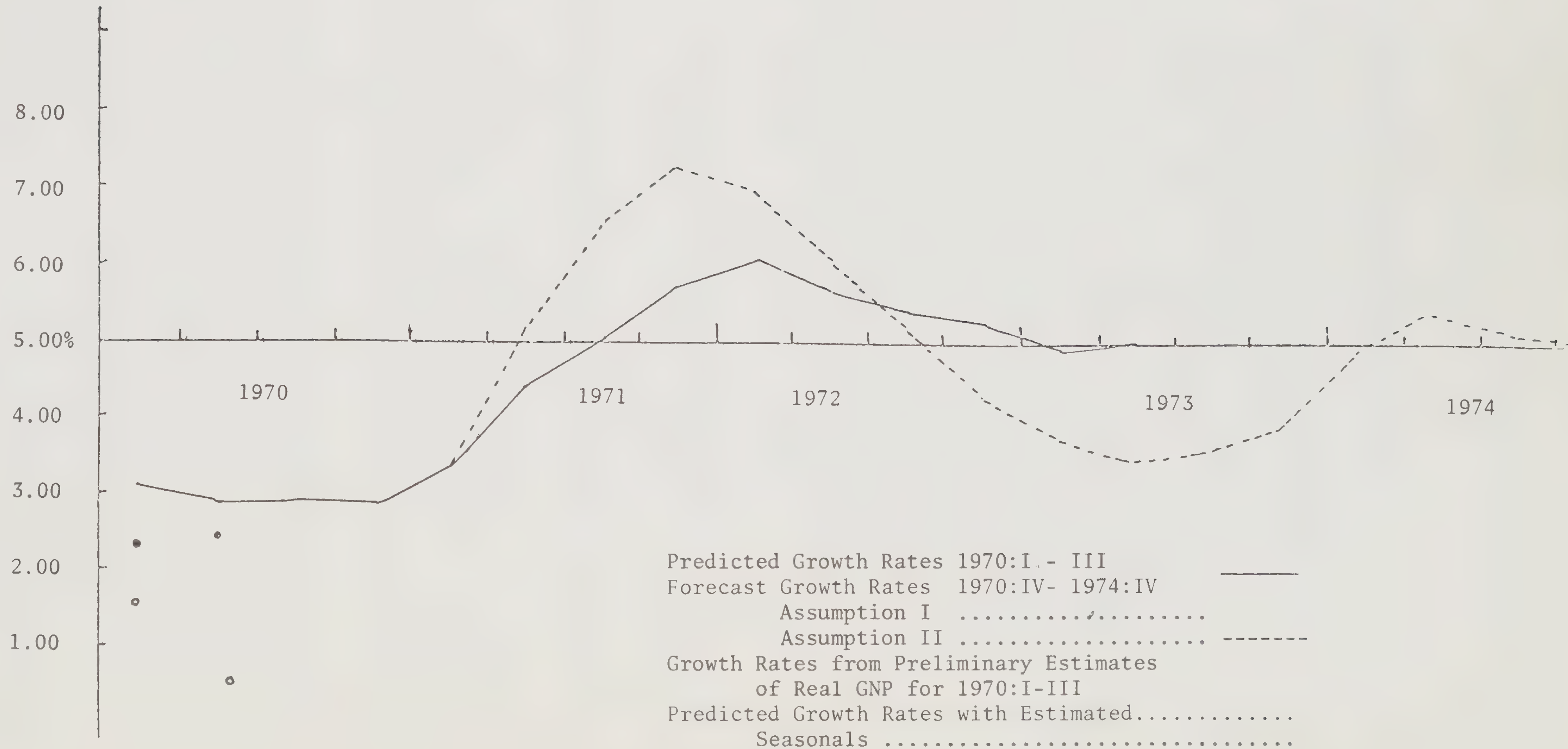
Under Assumption II, λ is much more irregular. The experience for 1970:II-IV is the same as in Assumption I. But in 1971:I and 1971:II, M is allowed to grow at an annual equivalent rate of 14.31 per cent in each quarter. In the succeeding two quarters an over-reaction is assumed: the rate of growth of M is practically zero (in fact it is set equal to the average for the period 1969:II to 1970:I, which is 0.54 per cent). Thereafter λ is 4.31 per cent per annum as under Assumption I.

The results of these forecasts are shown in Figure 9. Note that in both cases the trough in y is more prolonged than in previous cycles. This feature of the present recession has prompted some suspicions that the economy has undergone structural shifts in recent years, shifts which cause readjustments to take longer than before. However, the results of this study suggest that the recent experience can be explained without appealing to any structual shifts. The protracted trough, for example, can be explained by the very long period of high values of λ which preceded it. From 1967:I to 1969:I, M grew at rates considerably above the long-run average. There is no other episode in the period 1954-1969 which compares in duration or intensity. Given the shape of the distributed lag, any upturn in the rate of growth of Y would not be possible until about three quarters after the peak in y, which in this case comes in 1968:II. Since the inputs of λ for the next four quarters - 1969:II to 1970:I - are negative in normalized form, it would take a total of seven quarters after 1968:II before any upturn could occur. The forecast upturn in fact comes in

FIGURE 9

Predicted and Forecast Rates of Growth of Real GNP:

1970-1974



1971:I, which is 7 quarters after 1968:II.

Results for Rate of Inflation

The discussion of the estimation of π, the rate of inflation as measured by the rate of change of the implicit deflator for GNE, is somewhat compressed. The reasons for this are, first, that the general principles involved are the same as in the case of estimating y, and secondly, that the relationship between π and λ may be misspecified. The cause of the misspecification - if any - is that the length of the distributed lag between rates of change of prices and rates of growth of M is constrained to be the same as for rate of change of output and the rate of change of money - 12 quarters. There is evidence for the United States at least that the adjustment period for prices is much longer than this, but as we shall see, the intracyclical behavior of π may make it very difficult for a distributed lag model to estimate accurately the length of the adjustment period. We begin, therefore, by imposing an adjustment period of 12 quarters.

The estimating equation for π is:

$$\pi_t = \gamma_1 \Sigma p_i \Delta^2 \lambda_{t-i} + (\alpha + \gamma_2)\, \gamma_1 \Sigma p_i \Delta\lambda_{t-i} + \alpha\gamma_2\gamma_1 \Sigma p_i \lambda_{t-i} \quad (4.6).$$

Here Δ is the difference operator. The estimated coefficients for the three distributed lags in (4.6) are reported in Table VI. The last column calculates the change in the rate of inflation for a one percentage point rise in λ.

The entries in that column are calculated as follows. First, the once-and-for-all change in λ at t=0 produces a one period transient in $\Delta\lambda$. The coefficients in the $(\alpha+\gamma_2)\gamma_1 p_i$ column are the estimated contributions of this transient in each quarter following the change in λ. Secondly, there is a two period transient in $\Delta^2\lambda$: the first period jump when λ changes and the second period fall when λ remains at its new, higher level. The total contribution of this two period transient in any quarter is measured by $\alpha\gamma_1 p_i - \alpha\gamma_1 p_{i-1}$. The last determinant of π is the

TABLE VI

Estimates of $\pi_t = \gamma_1 \Sigma p_i \Delta^2 \lambda_{t-i} + (\alpha + \gamma_2)\, \gamma_1 \Sigma p_i \Delta\lambda_{t-i}$
$+ \alpha\gamma_2\gamma_1 \Sigma p_i \lambda_{t-1}$

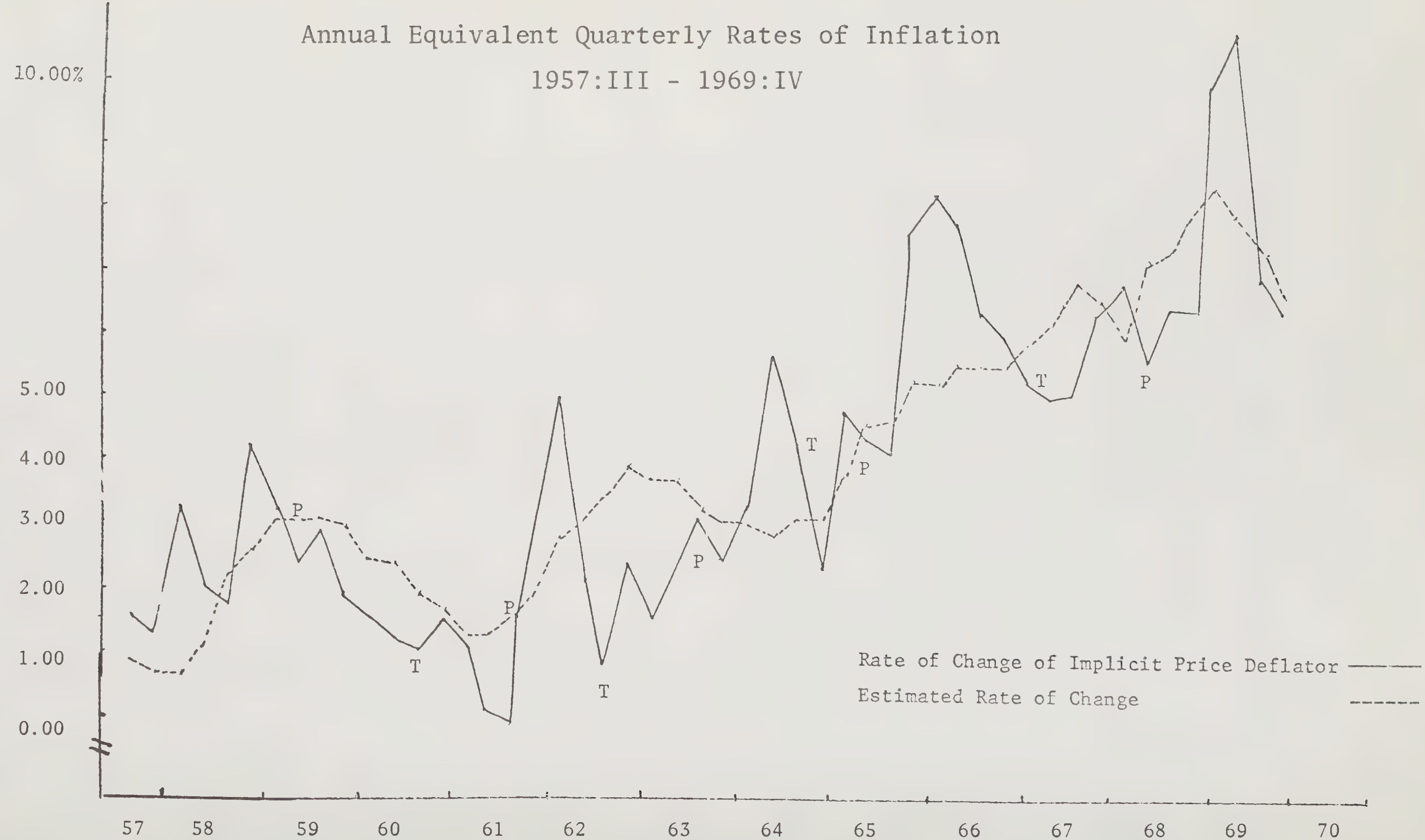
1954-1969

	$\gamma_1 p_i$	$(\alpha+\gamma_2)\gamma_1 p_i$	$\alpha\gamma_2\gamma_1 p_i$	$\sum_{j=0}^{i} \gamma_2\gamma_1 p_j$	$\sum^{i} \alpha\gamma_2\gamma_1 p_j + (\alpha+\gamma_2)\,\gamma_1 p_i + \gamma_1 p_i - \gamma_1 p_{i-1}$
i = 0	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
1	0.06953	0.04052	0.06666	0.06666	0.17670
2	0.09560	0.05572	0.09166	0.15832	0.24011
3	0.11590	0.06753	0.11110	0.26942	0.35725
4	0.13040	0.07598	0.12506	0.39442	0.48490
5	0.13910	0.08104	0.13330	0.52772	0.61746
6	0.14200	0.08273	0.13610	0.66382	0.74945
7	0.13910	0.08104	0.13330	0.79712	0.87526
8	0.13040	0.07598	0.12500	0.92212	0.98940
9	0.11590	0.06753	0.11110	1.03322	1.08625
10	0.09560	0.05572	0.09166	1.12488	1.16030
11	0.06953	0.04052	0.06666	1.19154	1.20560
12	0.00000	0.00000	0.00000	1.19154	1.12201
13	0.00000	0.00000	0.00000	1.19154	1.19154
			1.19154		10.25619

FIGURE 10

Annual Equivalent Quarterly Rates of Inflation

1957:III - 1969:IV



cumulative sum of the coefficients on λ; this is reported in the next-to-last column. [7]

The sum of all these contributions is reported in the last column of Table VI; the entries in that column are the estimates of the marginal impact on the rate of inflation in subsequent quarters of a permanent one percentage point rise in λ today. If the true adjustment period is 12 quarters, the last entry in the $\Sigma\alpha\gamma_2\gamma_1 p_j$ column should be unity; at the point the contributions of the transients are zero and the rate of inflation is fully adjusted to the (normalized) rate of monetary growth.

The Stability of Velocity on the Lag in Prices

The last entry in fact is 1.19154. One obvious interpretation is that the full adjustment period is longer than 12 quarters. If one accepts the notion of a stable velocity function, the rate of inflation must at some time in the adjustment period overshoot the new equilibrium rate. If it does not, i.e., if it lags behind the change in λ, the level of real balances increases. In other words, velocity becomes a decreasing function of the rate of inflation!

Hence the fact that the cumulative sum of coefficients

---

[7] An attempt was made to estimate α and γ_2 from the results in Table VI as follows. Since the p's in each distributed lag are the same, the sums of the distributed lags should differ only in the leading coefficients. In particular, we have that

$$\gamma_1 \Sigma p_i = 1.24306$$

$$(\alpha + \gamma_2)\gamma_1 \Sigma p_i = 0.72431$$

$$\alpha\gamma_2\gamma_1 \Sigma p_i = 1.19154.$$

Eliminating $\gamma_1 \Sigma p_i$ and γ_2 leads to a quadratic in α. Unfortunately, the roots were complex and this approach had to be abandoned.

attached to λ is greater than unity may be an indication that the adjustment period is not complete. However, the rough estimate of the length of the remainder of the adjustment period that one can construct from the estimates in Table VI yields an improbably long lag. The estimate is calculated as follows. First, the shortfall of the rate of inflation from the rate of growth of M for the 14 quarters from 0 to 13 is 14 - 10.25619 = 3.74381. Next, it is assumed that the rate of inflation continues at 1.19154 per cent for the remainder of the adjustment period. This surely is an overestimate: the overshoot may be larger than 0.19154 for some of the succeeding quarters, but it must be less than that in others as π approaches its long-run equilibrium value. Even with this overestimate, which will downward bias the estimate of the length of the adjustment period, the calculated remainder of the adjustment period is nearly 21 quarters = 3.74381/0.19154 quarters.

Overestimating the Lag in Prices

This admittedly rough calculation yields an adjustment period for the rate of inflation nearly three times that for the growth rate of output, or nearly nine years in all. This is surely too long, and raises the question of whether the estimated mean lag is biased.[8] If one compares π with its estimated values for the sample period, one inadequacy of the distributed lag estimates is clear: the inability to capture the sharp cycles in π which occur every two to three years. The dating of these cycles by the turning points in the rate of growth of output is interesting. The P's and T's in Table VI refer to the peaks and troughs in the rate of growth of real output. Note that in every instance except one the sharp cycles in π come after y has turned down. Moreover, the cycles are complete about five to six quarters after the peak in y. But the adjustment period for the growth rate of real output is finished six quarters after

---

[8] Note that because only past values of the exogenous variable are included in the regression we do not have the problem of serial correlation in the presence of lagged endogenous variables, a problem which typically leads to serious overestimation of the average lag. Indeed, estimate of π using lagged values as regressors leads to an estimated adjustment period of 64 quarters.

the peak in y as well, suggesting that there is no difference in the lengths of the adjustment periods for y and π. My surmise, and it is only that, is that the inability of a low order polynomial distributed lag to capture the sharp peaks in π generates a type of "aliasing" problem in which the explanation of those sharp peaks is provided for in the distributed lag by stretching out its length.[9]

Forecasting the Phillips Curve

Finally, it is just too tempting not to forecast π under the same assumptions for forecasting y and construct a hypothetical Phillips curve. To do this requires relating the rate of growth of output to the unemployment rate. This is done using the following (these results were kindly supplied by Arthur Donner):[10]

$$\Delta u_t = 0.324 - 0.098y_t - 0.113y_{t-1} - 0.066y_{t-2} \quad (4.7).$$

Here Δu denotes the quarterly change in the unemployment rate. The forecast changes in u and the forecast π's under Assumptions I and II about the growth in M (see Figure 6 and Table III) are reported in Table VI, and the forecast u's and π's are plotted in Figure 11. The over-smooth property of the π's shows up again in Figure 11 as a too-shallow Phillips curve.

---

[9] Anderson and Karnosky found an adjustment period of 28 quarters for the U.S. rate of inflation. If the U.S. price data exhibits the intracyclical behavior found for Canadian data, and my surmise is correct, this estimate is upward biased also.

[10] Equation (4.7) produces no change in the unemployment rate for a rate of growth of 4.68 per cent. The trend rate of growth for our sample period is 5.01 per cent. We identify this rate of growth with full employment equilibrium (no change in u) and adjust the coefficients in (4.7) by 4.86/5.01.

TABLE VII

Forecast Quarterly Changes in Unemployment Rate (ΔU)

and Rates of Price Change on Annual Basis (π)

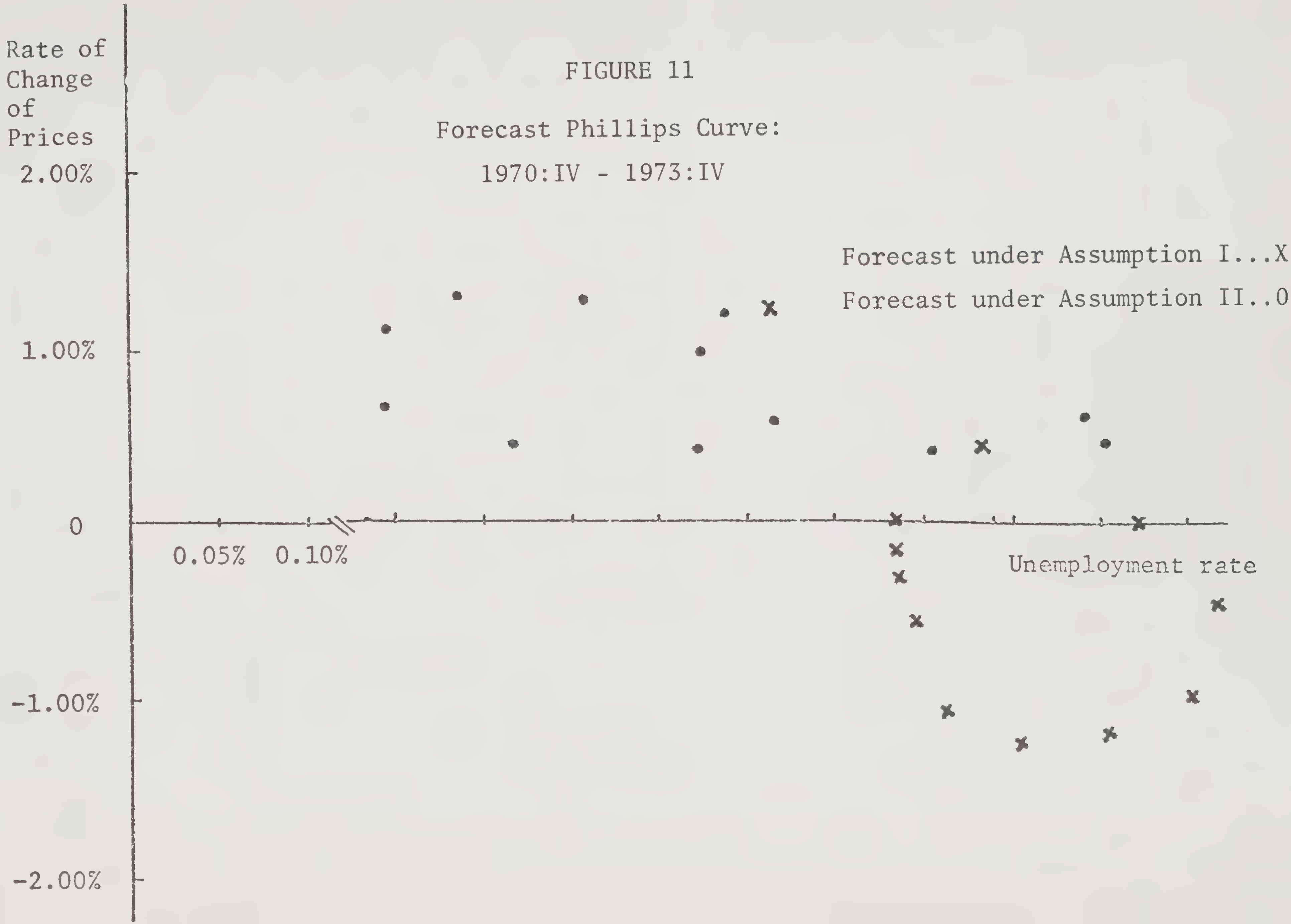
1970-1973

Quarter		Assumption I		Assumption II	
		ΔU	π	ΔU	π
1970:	I				
	II				
	III				
	IV	0.1346	1.2312	0.1346	1.2312
1971:	I	0.1263	0.4544	0.1263	0.4544
	II	0.0922	0.0364	0.0764	0.3974
	III	0.0418	-0.4006	-0.0085	0.6274
	IV	-0.0088	-0.9984	-0.0925	0.4304
1972:	I	-0.0539	-1.1553	-0.1304	0.4307
	II	-0.0538	-1.2256	-0.1148	0.4543
	III	-0.0440	-1.0476	-0.0655	0.6634
	IV	-0.0237	-0.6090	-0.0086	1.0698
1973:	I	-0.0094	-0.2930	0.0395	1.2903
	II	-0.0011	-0.1353	0.0712	1.2893
	III	0.0002	0.0015	0.0834	1.2041
	IV	0.0000	0.0000	0.0741	0.9173

FIGURE 11

Forecast Phillips Curve:

1970:IV - 1973:IV



chapter five

SUMMARY AND CONCLUSIONS

The main result of this study is that there is a stable relationship over the period 1954-1969 between changes in the money stock and changes in output and prices. The patterns of rates of price change and of output conform to the patterns predicted from the simple model developed in chapters two and three, given the actual behavior of the money stock over that period. The evidence is that the rate of growth of money has no effect on the trend path of output, but that it exerts a powerful influence in the short run. Short run is something of a misnomer - and this is another important result - because the indications are that the lags between changes in money, and the changes in output and prices are fairly long. For output, an increase in the growth rate of money produces a peak in the rate of growth anywhere from nine to 18 months later. The peak in the level of output of course comes even later: at the outside about 24 months after the change in the rate of monetary expansion.

The evidence on the lag between changes in money and changes in prices is less clear-cut. If we accept the idea of a stable velocity function, the estimated distributed lag implies that the adjustment period is longer than 12 quarters. On the other hand, the degree of smoothness im-

posed on the estimated distributed lag probably prevents the estimates from picking up the sharp adjustment in the rate of inflation towards the end of a cycle. This adjustment is compatible with a stable velocity function and its timing suggests that the full adjustment period for the rate of inflation is the same as that for output, in other words, about 36 months.

There is no evidence of a structural shift in the last few years. The protracted trough in the growth rate of output and the persistence of inflation in the 1969-1970 cycle is explicable in terms of the long episode of high rates of monetary growth which preceded it.

Indeed it is not 1969-1970 which needs explaining, but rather 1962-1964, and particularly 1957-1960. The 1962-1964 episode is perhaps the less important exception. It is so mild and brief that one can legitimately doubt whether it is a cycle.[1] There is no question, on the other hand, that the 1957-1960 experience is a cycle. What is curious and intriguing about that cycle is that the estimation of the level of the growth rate of output is off. The movements of the growth rates of output and of nominal income are captured very well. Perhaps the fact that Canada was on a floating exchange rate at that time explains this curiosity. The estimation of the 1960-1962 cycle, however, during which Canada was still on a floating rate, does not suffer from the same defect. Certainly it would be worthwhile to explore more episodes from the floating rate experience to see if the estimation consistently tends to be off in the levels. Any persistent difference in estimation results between fixed and floating rate periods raises the crucial question of how exogenous the money supply can be under a pegged rate system.

The Effect of Wage Controls

How would the foregoing results be altered under a regime

---

[1] However, it is interesting to note that the rate of inflation is overestimated for that episode while the rate of growth is underestimated. In other words, the rate of growth of nominal GNP is not nearly as far off as the estimates of its two components.

of wage controls? The following conclusions should be taken as very tentative ones; for simplicity we assume that wage control takes the form of fixing the level of money wages.

To begin with, when wages are fixed, there are no cost-push pressures forcing up prices. Hence, the second term $\gamma_3(\pi^* - \pi)$ in the price adjustment equation disappears. There are two important effects of this on the formal properties of the model. First, the mean lag between changes in prices and changes in the supply of money is reduced. Hence the period of adjustment of prices to changes in the supply of money is shortened. The reason for this is that the self-momentum of inflation caused by the feedback of prices on themselves through their effect on expectations and wage increases is removed.

This first effect, therefore, aids the control of the system. The second effect, however, is destabilizing: suppressing the cost-push mechanism may increase the duration of the swings in output. The formal proof of this is given in the Appendix. The intuitive explanation is that the term $\gamma_3(\pi^* - \pi)$ in the price adjustment equations acts as a regulator for the system; it implies that whenever a discrepancy between actual and expected rates of inflation develops, the rate of inflation is adjusted to remove that discrepancy. But since the discrepancy also governs the deviations of the rate of growth from the long-run rate, the cost-push effect helps to govern these deviations. When this control is suppressed, the swings in the growth rate are more severe and persist for a longer time.

This last result, however, depends on the assumption that output can be adjusted in the direction of the desired change indicated by the discrepancy $\pi - \pi^*$. It ignores the effect of the wage freeze on labor participation rates. Fixing wages does not prevent workers from calculating the decline in real wages when prices are still rising. Rather the effect of the wage freeze is to reduce the supply of labor (fixing <u>prices</u> presumably prevents this from occurring). Hence the growth rate of output is retarded.

An Illustration

These various effects of a wage freeze can be shown by

illustrating their impacts on the labor market, which is done in Figure 12. Figure 12 depicts the phase in the business cycle in which the rate of money wage increase outstrips the rate of price change. Rather than draw in both sets of old and new demand and supply curves we have shown the effect of the change in the real wage caused by the discrepancy between π and π^* (the latter assumed to measure the rate of money wage increase) by a movement along the demand curve and a shift in the supply curve.

In the absence of any feedback effect through the cost-push mechanism, the desired fall in employment and output is QP. As employment is adjusted towards the desired level, either unemployment develops or the rate of wage increase declines until the market clears at point R. If the rate of wage change is at all sticky downward, however, this latter alternative is not very likely, or is very slow to operate and the eventual fall in employment is close to QP.

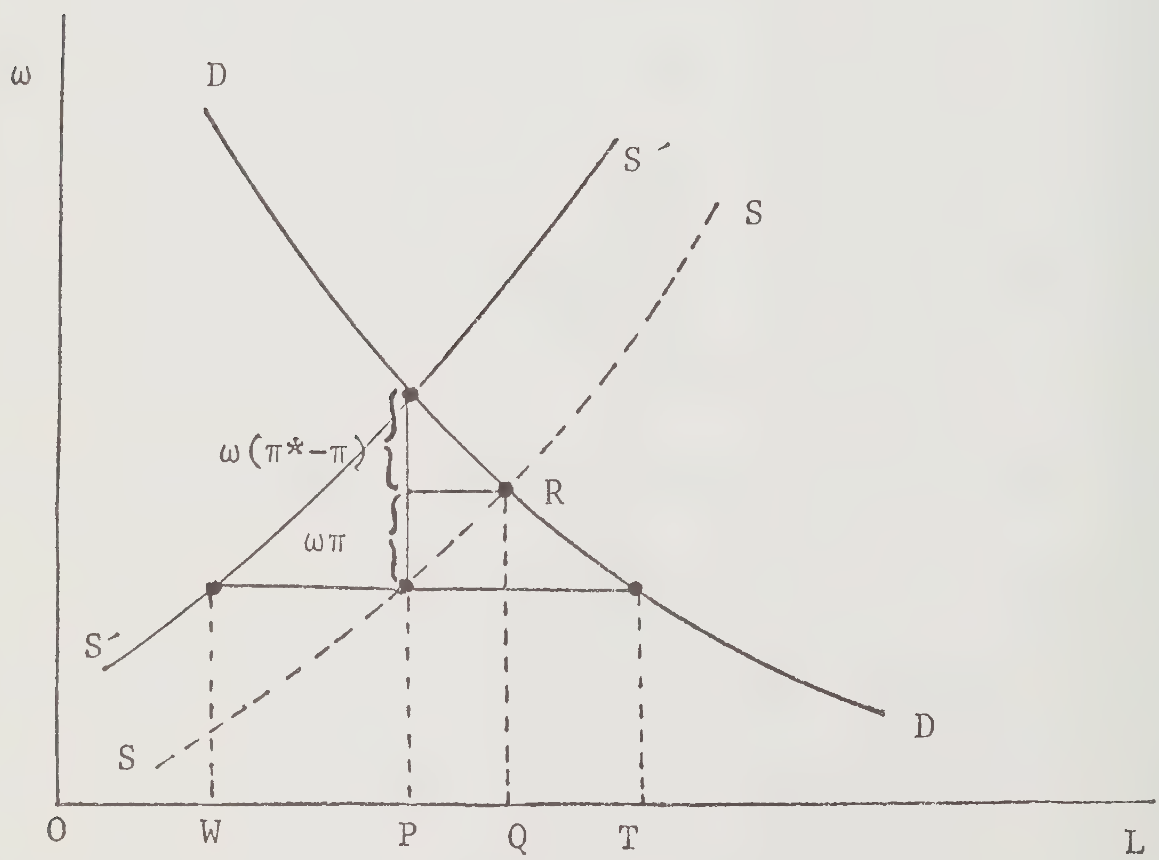


FIGURE 12

The cost-push mechanism ameliorates the problem of adjustment by reducing the size of the desired fall in employment. If the rate of wage increases is running ahead of the rate of inflation, the latter is raised to pass on the increase in wage costs. This lowers the real wage and reduces the absolute size of the desired change in output. The phenomenon at work here is quite conventional; it embodies the familiar idea that reductions in real wages are more easily affected through changes in prices than in money wages, i.e., that at least in the short run there is money illusion in the labor market.

Suppressing the cost-push effect by, say, not allowing firms to pass on wage increases therefore makes the desired fall, and eventually the actual fall, in employment larger. Suppressing it by forbidding wage increases, however, has an effect on desired employment and output in the opposite direction. Thus, with the rate of nominal wage increase slowed from π^* to zero, the desired change in employment becomes positive, in this case QT.

If nominal wage rates are fixed, however, the excess demand gap cannot be closed, because to clear the market requires a rise in the real wage, and hence for a given rate of π, an increase in the nominal wage.[2] The actual level of employment and output therefore is determined by the amount of labor forthcoming at the new real wage. If workers continue to calculate the change in real wages using the expected rate of price increase, the supply of labor, and hence employment, declines to OW. In this case, the fall in output is more severe than in the case under a free market. For a given rate of change of the money stock and a given rate of change of velocity, therefore, the rate of inflation, at least in the short-run, is larger than what it would be in the case of a free market.

---

[2] This ignores the resort to non-pecuniary forms of reward that doubtless would occur.

Appendix

FORMAL PROPERTIES OF THE MODEL

In matrix form (3.1a-c) of the text becomes

$$\begin{bmatrix} D + \hat{\gamma}_1 & \gamma_1\varepsilon_1 & -\gamma_3 \\ -\gamma_2\varepsilon_2 & D + \gamma_2 & \varepsilon_2\gamma_2 \\ -\alpha & 0 & D + \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \pi \\ y \\ \pi^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_1\lambda \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \text{(A.1a-c)},$$

where $\hat{\gamma}_1 = \gamma_1 + \gamma_3$.

For simplicity we shall present the full solution for y only. The extension to π is straightforward. Assuming that the initial conditions are zero, the solutions in terms of the differential operator are,

$$\begin{bmatrix} \pi(D) \\ y(D) \\ \pi^*(D) \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta(D)} \begin{bmatrix} [D + \gamma_2][D + \alpha] & \cdots & \cdots \\ D\gamma_2\varepsilon_2 & \cdots & \cdots \\ \alpha[D + \gamma_2] & \cdots & \cdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_1\lambda \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \text{(A.2a-c)},$$

with,

$$\Delta(D) = \{[D + \alpha][D + \hat{\gamma}_1][D + \gamma_2] + \gamma_1\gamma_2\varepsilon_1\varepsilon_2 D\} - \{\alpha\gamma_3[D+\gamma_2]\} \qquad \text{(A.3)}.$$

In what follows we let $R(D)$ denote the expression in the first set of parentheses, { }, and $F(D)$ the expression in the second set.

All of the three roots of Δ lie in the left hand plane which means that system (A.2) is stable. To see this, note that $R(D)$ must have at least one real root and that root must be smaller in absolute value than γ_2. Since $F(D)$

has a root at $-\gamma_2$, and since $R(0) > F(0)$, Δ must have a root between $-\gamma_2$ and 0. That there cannot be any larger root follows from the facts that,

$$\left.\frac{\partial R}{\partial D}\right|_{D=0} = \alpha\hat{\gamma}_1 > \alpha\gamma_3 = \left.\frac{\partial F}{\partial D}\right|_{D=0} \qquad \text{(A.4a)},$$

and,

$$\frac{\partial^2 R}{\partial D^2} > 0 \quad \text{for all} \quad D \geq 0 \qquad \text{(A.4b)}.$$

All of the roots may not be real. Obviously if all of the roots of $R(D)$ are real, so must the roots of Δ. A sufficient condition that the roots of $R(D)$ not all be real is developed as follows. We note that $R(D)$ can be written as,

$$R(D) = [D + \alpha]\{[D + \hat{\gamma}_1][D + \gamma_2] + \gamma_1\gamma_2\varepsilon_1\varepsilon_2\} - \alpha\gamma_1\gamma_2\varepsilon_1\varepsilon_2 \qquad \text{(A.5)}.$$

Hence if $|\min\,[D + \hat{\gamma}_1][D + \gamma_2]| < \gamma_1\gamma_2\varepsilon_1\varepsilon_2$ the expression inside the { } parentheses has only one real root at $-\alpha$; therefore $R(D)$ can have only one real root.

Letting,

$$W(D) = (D + \hat{\gamma}_1)(D + \gamma_2) \qquad \text{(A.6)}$$

we obtain,

$$|\min W(D)| = \frac{(\hat{\gamma}_1 - \gamma_2)^2}{4} \qquad \text{(A.7)},$$

and therefore the condition for complex roots can be written as,

$$(\hat{\gamma}_1 - \gamma_2)^2 - 4\gamma_1\gamma_2\varepsilon_1\varepsilon_2 < 0 \qquad \text{(A.8)},$$

or,

$$\{[\gamma_1 + \gamma_3 - \gamma_2] + 2\sqrt{\gamma_1\gamma_2\varepsilon_1\varepsilon_2}\}\{[\gamma_1 + \gamma_3 - \gamma_2] - 2\sqrt{\gamma_1\gamma_2\varepsilon_1\varepsilon_2}\} < 0$$

$$\text{(A.9)}.$$

Since the left-hand side of (A.8) is a hyperbola, each of the factored terms in (A.9) represents a branch of that hyperbola. The two branches are shown in figure (A.1). The shaded area represents the combinations of γ_1 and γ_2 which yield only one real root for R. Thus if the price and quantity adjustment coefficients are very dissimilar the roots of Δ will be real. On the other hand, if the adjustments of prices and output take roughly the same time, i.e., have roughly the same mean lags measured by $\frac{1}{\gamma_1}$ and $\frac{1}{\gamma_2}$, then Δ may have two complex roots, in which case the approach of the system represented by (3.1a-c) in the text to equilibrium will be one of damped oscillations.

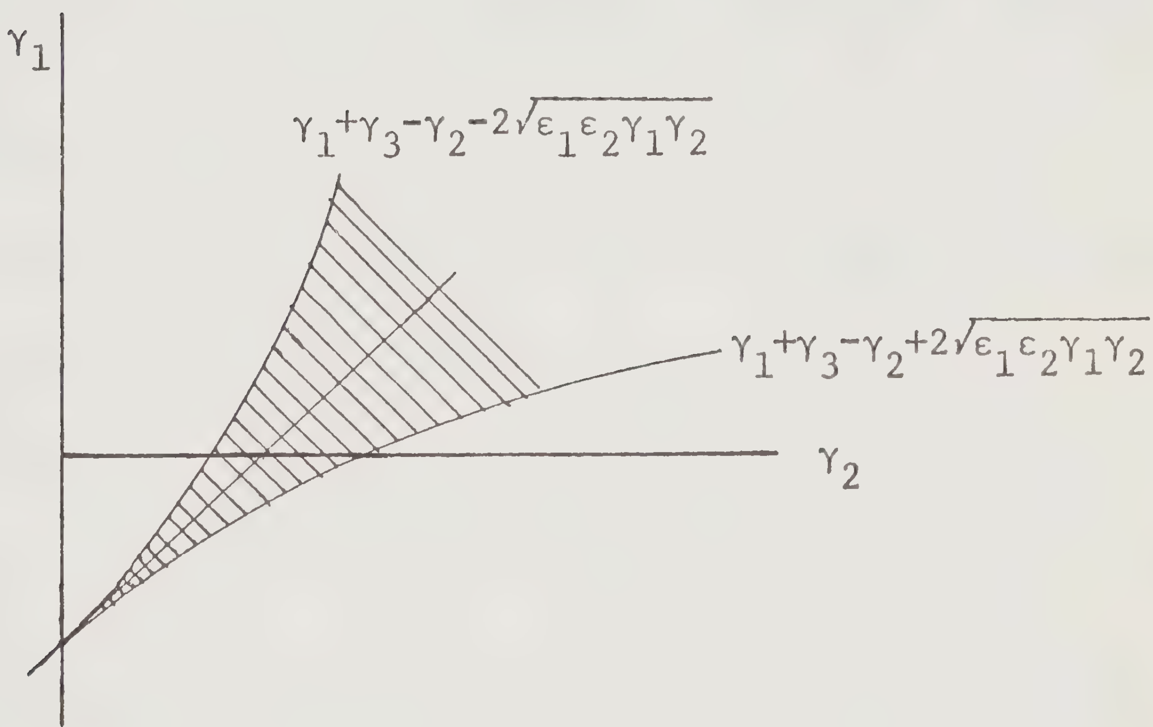


FIGURE A.1.

To solve for the long-run equilibrium values, we substitute $D = 0$ in (A.2a-c) noting that $\Delta(0) = \alpha\gamma_1\gamma_2$:

$$\begin{aligned} \bar{\pi}(t) &= \bar{\lambda}(t) \\ \bar{y}(t) &= 0 \\ \pi^*(t) &= \bar{\lambda}(t) \end{aligned} \qquad \text{(A.10a-c)},$$

where $\bar{\lambda}(t)$ is the long-run (normalized) rate of growth of M.

Let $-\gamma_1^1, -\gamma_2^1$ and α^1 be the roots of Δ. It can be shown

that,

$$\frac{1}{\Delta(D)} = \frac{1}{\Delta_1}\frac{[\gamma_1^1-\gamma_2^1]}{D+\alpha^1} - \frac{[\alpha^1-\gamma_2^1]}{D+\gamma_1^1} + \frac{[\alpha^1-\gamma_1^1]}{D+\gamma_2^1} \qquad \text{(A.12)},$$

where,

$$\Delta_1 = [\alpha^1 - \gamma_2^1]\,[\gamma_1^1 - \gamma_2^1]\,[\alpha^1 - \gamma_1^1] \qquad \text{(A.12}'\text{)}.$$

Each of the terms on the right hand side of the expression for $\frac{1}{\Delta}$ is a simple function of the operator D; in fact each represents the operator transform of a simple exponential. Let $\phi(t)$ represent the function corresponding to $\frac{1}{\Delta}$; we shall use $\leftrightarrow$ to denote correspondence, e.g.,

$$\phi(t) \leftrightarrow \frac{1}{\Delta} \qquad \text{(A.13)}.$$

Since, for example,

$$e^{-\alpha^1 t} \leftrightarrow \frac{1}{D+\alpha^1} \qquad \text{(A.13}'\text{)},$$

we have

$$\phi(t) = \frac{1}{\Delta_1}\{[\gamma_1^1 - \gamma_2^1]e^{-\alpha^1 t} - [\alpha^1-\gamma_2^1]e^{-\gamma_1^1 t} + [\alpha^1-\gamma_1^1]e^{-\gamma_2^1 t}\} \qquad \text{(A.14)}.$$

Using the standard results about the transforms of derivatives of functions that,

$$D\phi(t) \leftrightarrow -\phi(0) + \frac{D}{\Delta(D)} = \frac{D}{\Delta(D)}, \quad \phi(0) = 0$$

$$D^2\phi(t) \leftrightarrow -\phi(0) - D\phi(0) + \frac{D^2}{\Delta\,(D)} = \frac{D^2}{\Delta\,(D)}, \quad D\phi(0) = 0$$

(A.15a-b)

and the Convolution Theorem result,

$$\int_0^\infty f(t-\tau)g(\tau)d\tau \leftrightarrow G(D)F(D) \qquad \text{(A.15}'\text{)}$$

we can write the solution for y as,

$$y(t) = \gamma_1\gamma_2\varepsilon_2 \int_0^t D\phi(t-\tau)\lambda(\tau)dt \qquad (A.16).$$

The function $D\phi(t)$ appearing in the integral in (A.16) is called the <u>impulse response</u> function; its shape gives the pattern of weights in the distributed lag between λ and y. It also represents the behavior of y, for zero initial conditions, if at $t = 0$, λ took a very large value and was zero thereafter. In continuous time the analytic representation of a α which behaved like this is the impulse function $\delta(t)$ defined by

$$\int_0^\infty \delta(t-to)f(t)dt = f(to) \qquad (A.17).$$

In this case

$$y(t) = \gamma_1\gamma_2\varepsilon_2 \int_0^t D\phi(t-\tau)\delta(0)d\tau = \gamma_1\gamma_2\varepsilon_2 D\phi(t) \qquad (A.17')$$

and hence the term impulse response for $D\phi(t)$.

To get some idea of the shape of $D\phi(t)$ we assume that $\gamma_2^1 > \alpha^1 > \gamma_1^1$; the argument is not affected by this ordering.

It is clear that $D\phi(0) = 0$ and $\lim_{t\to\infty} D\phi(t) = 0$. To deduce the path of $D\phi$ between the extremes, we write $D\phi$ in two functions, z, defined by

$$z_{21}(t) = \gamma_2^1 e^{-\gamma_2^1 t} - \gamma_1^1 e^{-\gamma_1^1 t}$$

$$z_{\alpha 1}(t) = \alpha^1 e^{-\alpha^1 t} - \gamma_1^1 e^{-\gamma_1^1 t} \qquad (A.18a-b).$$

We note that each z is zero for some finite positive t, and zero only <u>once</u> on $(0\ \infty)$. The proof of each proposition is by contradiction. The existence of a zero is proved by showing that, for example,

$$\gamma_2^1 e^{-\gamma_2^1 t} > \gamma_1^1 e^{-\gamma_1^1 t}$$

everywhere is impossible. The uniqueness is proved by showing the proper ordering of the derivatives of the exponentials cannot be preserved if more than one intersection is assumed.

The z's are graphed in Figure A.2 below. The cross-over points $t^*_{\alpha 1}$ and t^*_{21} are defined by,

$$t^*_{21} = \frac{\ell n \gamma_2^1 - \ell n \gamma_1^1}{\gamma_2^1 - \gamma_1^1} < t^*_{\alpha 1} = \frac{\ell n \alpha^1 - \ell n \gamma_1^1}{\alpha^1 - \gamma_1^1} \qquad \text{(A.19)},$$

for $\alpha^1 < \gamma_2^1$.

The function βz_{21}, where $\beta = (\alpha^1 - \gamma_1^1)/\gamma_2^1 - \gamma_1^1 < 1$, is also shown. Since sign $D\phi$ = sign $(z_{\alpha 1} - \beta z_{21})$ the shape of $D\phi$ is as indicated in the text.

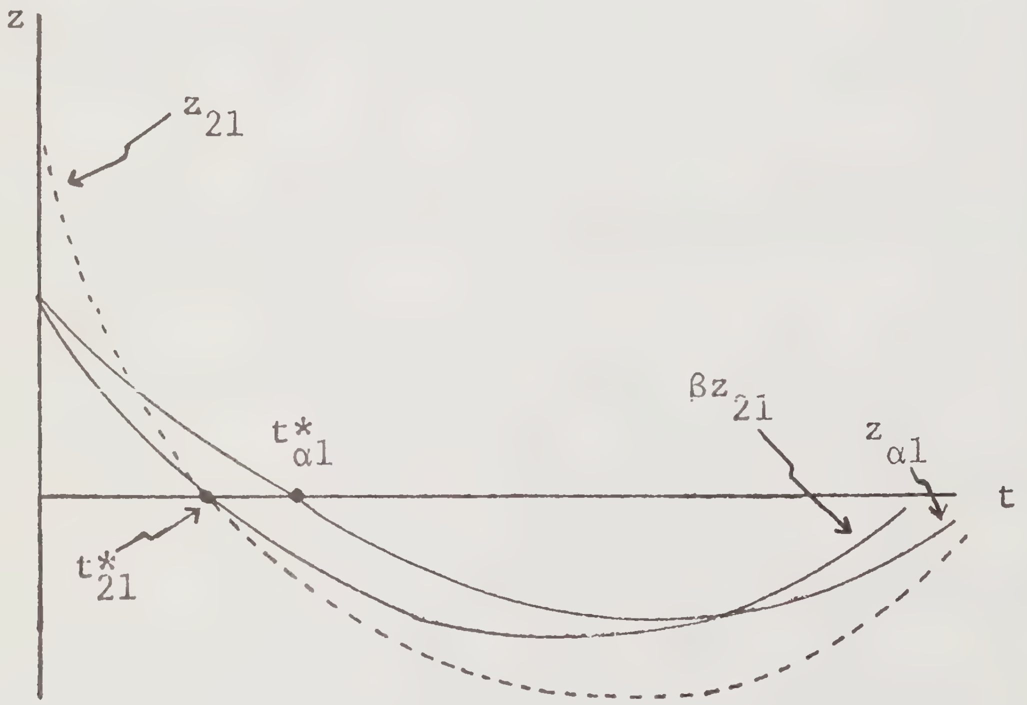


FIGURE A.2

Finally, we assess the impact of reducing the size of γ_3, the cost-push parameter on the properties of the system. From (A.3) we have

$$\frac{\partial \Delta}{\partial \gamma_3} = D(D + \gamma_2) \gtreqless 0 \quad \text{as} \quad |D| \lesseqgtr 0 \qquad \text{(A.20)}.$$

Δ is shown for $\gamma_3 = 0$ and $\gamma_3 > 0$ in Figure A.3. We assume $\gamma_2^1 > \alpha_1^1 > \gamma_1^1$. As before, the argument is not affected by the ordering of the roots. The point of the illustration is that reducing γ_3 reduces the distance between the two smaller (in absolute value) roots. But this implies, from (A.19), that the lower bound at least on the point at which the distributed lag coefficients turn negative increases. In other words, the result probably is a lengthening of the adjustment period for real output.

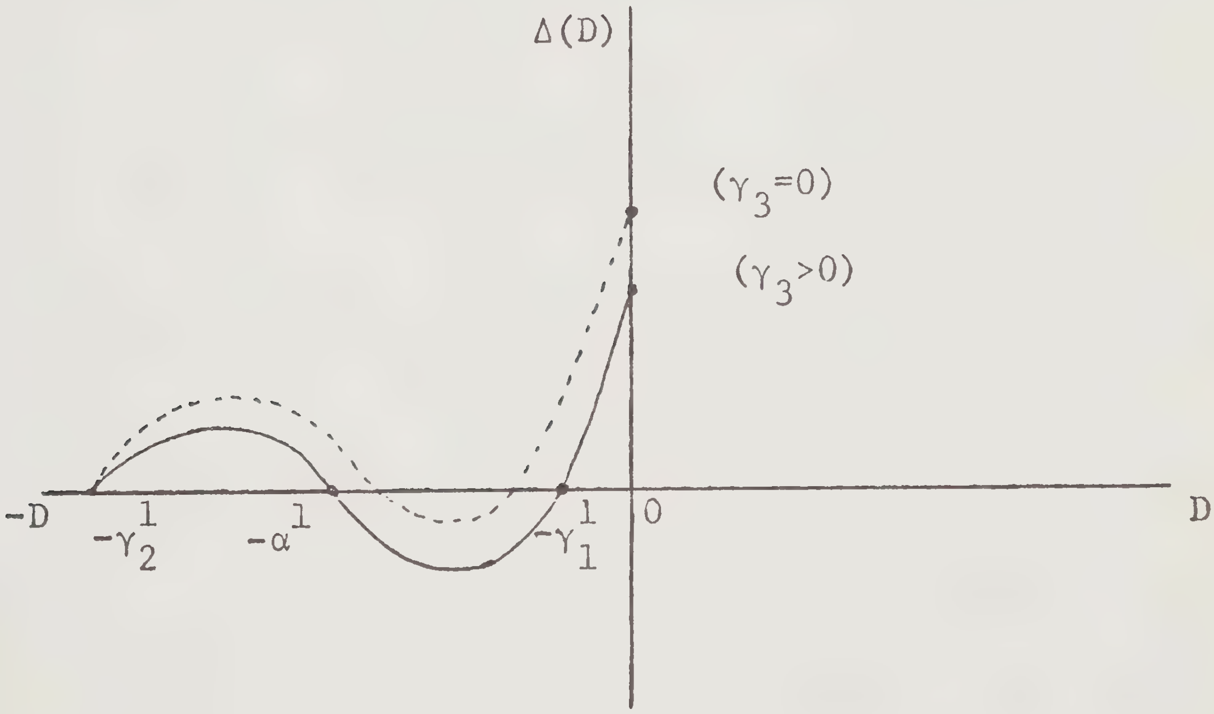


FIGURE A.3

REFERENCES

[1] Alchian, Armen A. "Information Costs, Pricing and Resource Unemployment." in E.S. Phelps, et al. Microeconomic Foundations of Employment and Inflation Theory. New York, W.W. Norton, 1970. 27-52.

[2] Allais, Maurice. "A Restatement of the Quantity Theory of Money." American Economic Review. 56(December,1966). 1123-57.

[3] Almon, S. "The Lags between Investment Decisions and their Causes." Staff Economic Studies. No. 42. Washington, Board of Governors, Federal Reserve System, October, 1965.

[4] Andersen, Leonall C. and Denis S. Karnosky. The Response of Output and Prices to Monetary Shocks. Paper presented at the Eleventh Central Banking Seminar. Federal Reserve Bank of San Francisco, 1972.

[5] Andersen, Leonall C. and Keith M. Carlson. "A Monetarist Model of Economic Stabilization." Federal Reserve Bank of St. Louis Review. April, 1970.

[6] Friedman, M. "The Demand for Money - Some Theoretical and Empirical Results." Journal of Political Economy. 67(June, 1959). 327-51.

[7] Friedman, M. "A Monetary Theory of Nominal Income." Journal of Political Economy. 79(March/April, 1971). 323-37.

[8] Friedman, M. "The Quantity Theory of Money: A Restatement." in M. Friedman (ed.). Studies in the Quantity Theory of Money. Chicago, University of Chicago Press, 1956.

[9] Friedman, M. "The Role of Monetary Policy." American Economic Review. 58(March, 1968). 1-17.

[10] Friedman, M. "A Theoretical Framework for Monetary Analysis." Journal of Political Economy. 78(March/April, 1970). 193-238.

[11] Jorgenson, D.W. "Rational Distributed Lags." Econometrica. 32(January, 1966). 135-49.

[12] Laidler, D. "Discussion: H.G. Johnson's 'Recent Developments in Monetary Theory.'" in D.R. Croome and H.G. Johnson (eds.). Money in Britain: 1959-1969. London, Oxford University Press, 1970. 115-21.

[13] Muth, John F. "Rational Expectations and the Theory of Price Movements." Econometrica. 29(July, 1961). 315-35.

[14] Newcomb, R.W. Concepts of Linear Systems and Controls. Belmont, California, Wadsworth, 1968.

[15] Phelps, Edmund S. "Money Wage Dynamics and Labor Market Equilibrium." in E.S. Phelps, et al. Microeconomic Foundations of Employment and Inflation Theory. New York, W.W. Norton, 1970. 124-66.

[16] Phillips, A.W. "The Relation between Unemployment and the Rate of Change of Money Wage Rates in the United Kingdom, 1861-1957." Economica. 25(November, 1958). 283-99.

[17] Siegel, Jeremy. Stability of a Monetary Economy with Inflationary Expectations. Unpublished manuscript. 1972.

[18] Tanner, J. Ernest. "Lags in the Effects of Monetary Policy: Reply and Some Further Thoughts." American Economic Review. 62(March, 1972). 234-37.

(10) Friedman, M., "A Theoretical Framework for Monetary Analysis", Journal of Political Economy, 78 (mars/avril 1970), 193-238.

(11) Jorgenson, D.W. "Rational Distributed Lags", Econometrica, 32 (janvier 1966), 135-49.

(12) Laidler, D., "Discussion: H. G. Johnson's Recent Developments in Monetary Theory" in D. R. Croome et H. G. Johnson (eds.), Money in Britain: 1959-1969, Londres, Oxford University Press, 1970, 115-21.

(13) Muth, John F., "Rational Expectations and the Theory of Price Movements", Econometrica, 29 (juillet 1961), 315-35.

(14) Newcomb, R.W., Concepts of Linear Systems and Controls, Belmont, California, Wadsworth, 1968.

(15) Phelps, Edmund S., "Money Wage Dynamics and Labor Market Equilibrium", in E.S. Phelps et collaborateurs, Microeconomic Foundations of Employment and Inflation Theory, New York, W. W. Norton, 1970, 124-66.

(16) Phillips, A.W., "The Relation Between Unemployment and the Rate of Change of Money Wage Rates in the United Kingdom, 1861-1957", Economica, 25 (novembre 1958), 283-99.

(17) Siegel, Jeremy, Stability of a Monetary Economy with Inflationary Expectations, manuscrit inédit, 1972.

(18) Tanner, J. Ernest, "Lags in the Effects of Monetary Policy: Reply and Some Further Thoughts", American Economic Review, 62 (mars 1972), 234-37.

Bibliographie

(1) Alchian, Armen A., "Information Costs, Pricing and Resource Unemployment", in E.S. Phelps et collaborateurs, Microeconomic Foundations of Employment and Inflation Theory. New York, W.W. Norton, 1970. 27-52

(2) Allais, Maurice, "A Restatement of the Quantity Theory of Money", American Economic Review, 56 (décembre 1966), 1123-57.

(3) Almon, S., "The Lags Between Investment Decisions and their Causes", Staff Economic Studies, No. 42, Washington, Board of Governors, Federal Reserve System, octobre 1965.

(4) Andersen, Leonall C. et Denis S. Karnosky, The Response of Output and Prices to Monetary Shocks, document présenté lors du onzième Central Banking Seminar, Federal Reserve Board of San Francisco, 1972.

(5) Andersen, L, Karnosky, D. et Keith M. Carlson, "A Monetarist Model of Economic Stabilisation", Federal Reserve Bank of Saint Louis, Review, avril 1970.

(6) Friedman, M., "The Demand for Money--Some Theoretical and Empirical Results", Journal of Political Economy, 67 (juin 1959), 327-51.

(7) Friedman, M., "A Monetary Theory of Nominal Income", Journal of Political Economy, 79 (mars/avril 1971), 323-37.

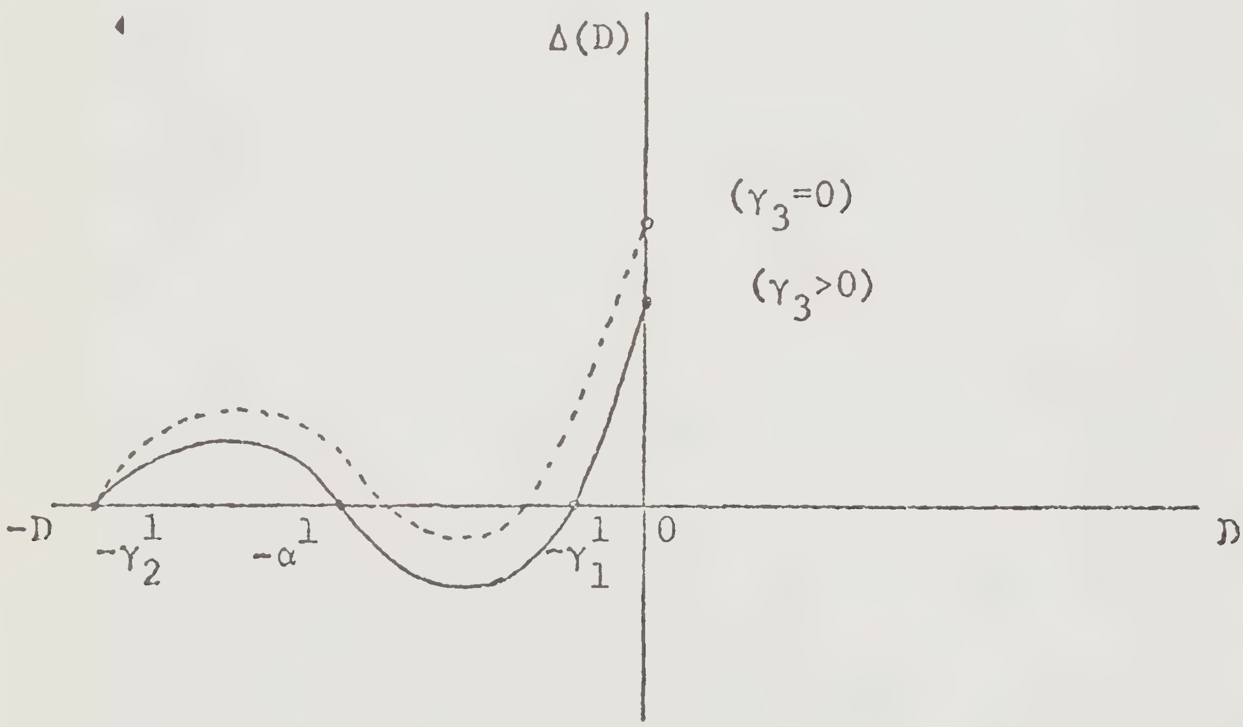
(8) Friedman, M., "The Quantity Theory of Money: A Restatement", in M. Friedman (ed.), Studies in the Quantity Theory of Money, Chicago, University of Chicago Press, 1956.

(9) Friedman, M., "The Role of Monetary Policy", American Economic Review, 58 (mars 1968), 1-17.

Enfin, nous évaluons les conséquences d'une réduction du paramètre exprimant la pression des coûts, γ_3, sur les propriétés du système. On peut tirer de (A.3)

$$\frac{\partial\Delta}{\partial\gamma_3} = D(D+\gamma_2) \gtreqless 0 \quad \text{avec} \quad |D| \lesseqgtr 0 \ . \tag{A.20}$$

Le graphique A.3 indique Δ pour $\gamma_3 = 0$ et $\gamma_3 > 0$. Nous suppsons que $\gamma_2^1 > \alpha^1 > \gamma_1^1$. Comme précédemment, l'ordre des racines n'affecte pas le raisonnement. Le point intéressant de cet exemple est qu'une réduction de γ_3 se traduit par une diminution de la distance séparant les deux racines **les** plus faibles (en valeur absolue). Mais, d'après (A.19), ceci implique une augmentation de la limite inférieure, au moins au point où les coefficients de répartition du décalage deviennent négatifs. En d'autres termes, le résultat est probablement un allongement de la période d'ajustement de la production réelle.



Graphique A.3

fois entre 0 et ∞. On démontre chaque proposition par un raisonnement par l'absurde. On prouve l'existence d'une valeur nulle en montrant par exemple que

$$\gamma_2^1 e^{-\gamma_2^1 t} > \gamma_1^1 e^{-\gamma_1^1 t}$$

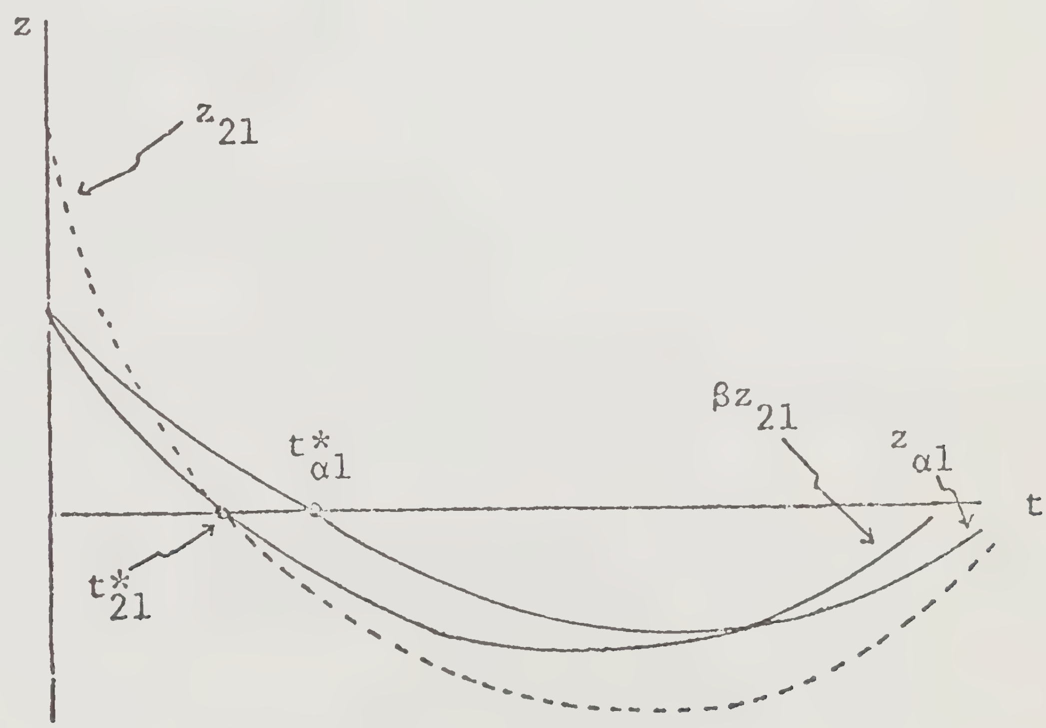
est impossible pour toute autre valeur. Et on prouve que cette valeur nulle est unique en démontrant que l'ordre correct des dérivées des exponentielles ne peut être préservé dans l'hypothèse de plus d'une intersection.

Les fonctions z apparaissent dans le graphique A.2. Les points d'intersection $t^*_{\alpha 1}$ et t^*_{21} sont définis par

$$\text{(A.19)} \qquad t^*_{21} = \frac{\ln\gamma_2^1 - \ln\gamma_1^1}{\gamma_2^1 - \gamma_1^1} < t^*_{\alpha 1} = \frac{\ln\alpha^1 - \ln\gamma_1^1}{\alpha^1 - \gamma_1^1} ,$$

par $\alpha^1 < \gamma_2^1$.

La fonction βz_{21}, où $\beta = (\alpha^1 - \gamma_1^1)/\gamma_2^1 - \gamma_1^1 < 1$, apparaît également. Puisque $D\phi$ et $(Z_{\alpha 1} - \beta z_{21})$ sont de même signe, la forme de $D\phi$ correspond à ce que nous avons indiqué dans le texte.



Graphique A.2

$$(A.16) \qquad y(t) = \gamma_1\gamma_2\varepsilon_2 \int_0^t D\phi(t-\tau)\lambda(\tau)dt \quad .$$

On appelle fonction de la <u>réaction induite</u> la fonction $D\phi$ (t) qui figure dans l'intégrale de l'égalité (A.16); sa forme indique la structure de pondération du décalage réparti dans le temps entre λ et y. Elle représente également le comportement de y, pour des conditions initiales nulles, si, à l'instant $t = 0$, la valeur de λ était très élevée et devenait nulle par la suite. Avec une évolution chronologique continue, la représentation analytique d'une fonction ayant ce comportement correspond à la fonction de la réaction induite $\delta(t)$ définie par

$$(A.17) \qquad \int_0^\infty \delta(t-to)f(t)dt = f(to) \quad .$$

Dans ce cas

$$(A.17') \qquad y(t) = \gamma_1\gamma_2\varepsilon_2 \int_0^t D\phi(t-\tau)\delta(0)\, d\tau = \gamma_1\gamma_2\varepsilon_2 D\phi(t)$$

qui représente donc le terme exprimant la réaction induite pour $D\phi(t)$

Dans le but d'avoir une certaine idée de la forme de $D\phi(t)$, nous supposons que $\gamma_2^1 > \alpha^1 > \gamma_1^1$; cette condition d'ordre n'affecte en rien le raisonnement.

Il est clair que $D\phi(0) = 0$ et $\lim D\phi(t) = 0$. Afin de déterminer le cheminement de $D\phi$ entre ces deux extrêmes, nous décomposons $D\phi$, avec $t \to \infty$, en deux fonctions, z, définies par

$$(A.18a\text{-}b) \qquad \begin{aligned} z_{21}(t) &= \gamma_2^1 e^{-\gamma_2^1 t} - \gamma_1^1 e^{-\gamma_1^1 t} \\ z_{\alpha 1}(t) &= \alpha^1 e^{-\alpha^1 t} - \gamma_1^1 e^{-\gamma_1^1 t} \quad . \end{aligned}$$

Nous remarquons que chaque fonction z est nulle pour une certaine valeur finie positive de t, et n'est nulle qu'<u>une</u>

ou

(A.12') $$\Delta_1 = [\alpha^1 - \gamma_2^1][\gamma_1^1 - \gamma_2^1][\alpha^1 - \gamma_1^1] \quad .$$

Chacun des termes du second membre de l'expression en $1/\Delta$ est une fonction simple du facteur D; en fait, chacun représente le coefficient de transformation d'une exponentielle simple. Soit $\phi(t)$ la fonction correspondant à $1/\Delta$; nous utiliserons le symbole $\leftrightarrow$ pour indiquer que des termes correspondent l'un à l'autre, par exemple,

(A.13) $$\phi(t) \leftrightarrow \frac{1}{\Delta} \quad .$$

Étant donné que, par exemple ,

(A.13') $$e^{-\alpha^1 t} \leftrightarrow \frac{1}{D+\alpha^1} ,$$

nous avons

(A.14) $$\phi(t) = \frac{1}{\Delta_1}\{[\gamma_1^1 - \gamma_2^1]e^{-\alpha^1 t} - [\alpha^1 - \gamma_2^1]e^{-\gamma_1^1 t} + [\alpha^1 - \gamma_1^1]e^{-\gamma_2^1 t}\} \quad .$$

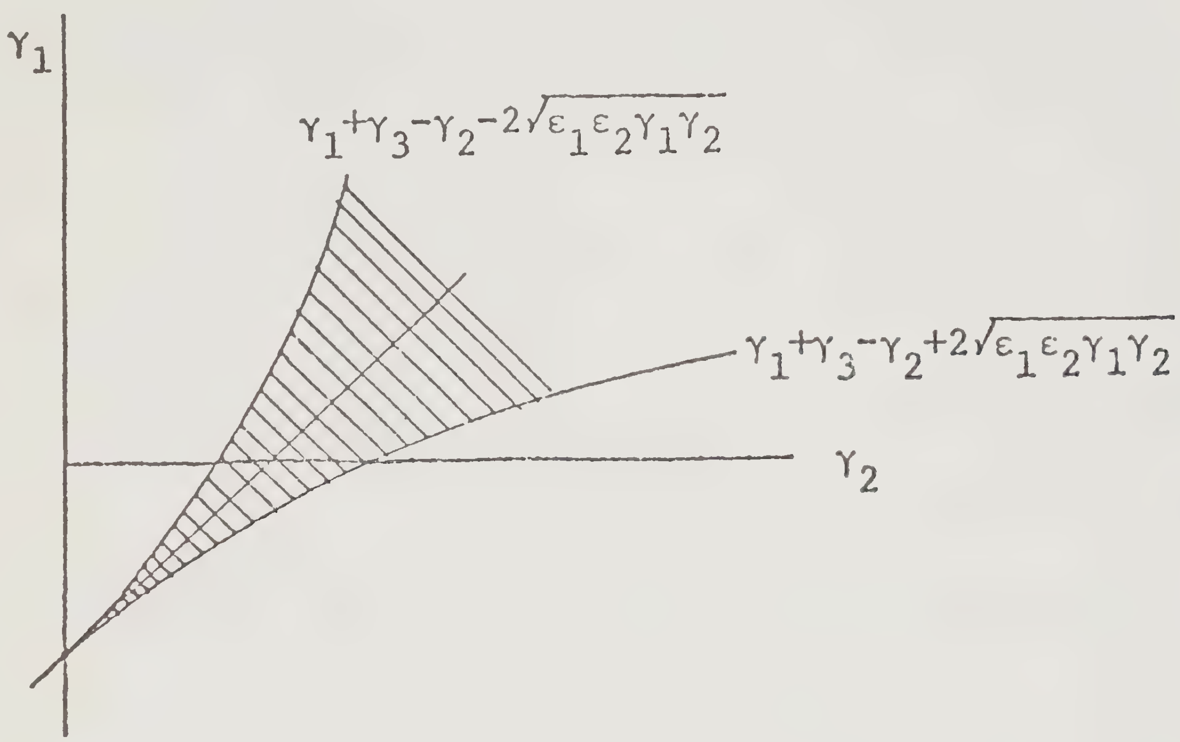
À partir des résultats conformes suivants concernant les formes transformées des dérivées de fonction:

(A.15a-b)
$$D\phi(t) \leftrightarrow (0) + \frac{D}{\Delta(D)} = \frac{D}{\Delta(D)} , \ \phi(0) = 0$$
$$D^2 \phi(t) \leftrightarrow \phi(0) - D\phi(0) + \frac{D^2}{\Delta(D)} = \frac{D^2}{\Delta(D)} , \ D\phi(0) = 0$$

et du théorème de convolution, dont le résultat s'écrit

(A.15') $$\int_0^\infty f(t-\tau)g(\tau)d\tau \leftrightarrow G(D)F(D)$$

on peut écrire la solution pour y de la manière suivante



Graphique A.1

Afin d'obtenir les solutions concernant les valeurs d'équilibre à long terme, nous substituons D = 0 dans

(A.2a-c), en remarquant que $\Delta(0) = \alpha\gamma_1\gamma_2$:

(A.10a-c) $$\overline{\Pi}(t) = \overline{\lambda}(t)$$

$$\overline{y}(t) = 0$$

$$\Pi^*(t) = \overline{\lambda}(t) \quad ,$$

où $\bar{\lambda}(t)$ représente le taux à long terme (normalisé) de croissance de M.

Soient $-\gamma_1^1$, $-\gamma_2^1$ et α^1 les racines de Δ. On peut démontrer que

(A.12) $$\frac{1}{\Delta(D)} = \frac{1}{\Delta_1}\frac{[\gamma_1^1-\gamma_2^1]}{D+\alpha^1} - \frac{[\alpha^1-\gamma_2^1]}{D+\gamma_1^1} + \frac{[\alpha^1-\gamma_1^1]}{D+\gamma_2^1} \quad ,$$

l'expression comprise entre les parenthèses { } n'a qu'une racine réelle en - α; R(D) ne peut donc avoir qu'une racine réelle.

Soit

$$(A.6) \qquad W(D) = (D + \hat{\gamma}_1)(D + \gamma_2)$$

nous obtenons

$$(A.7) \qquad |\min W(D)| = \frac{(\hat{\gamma}_1 - \gamma_2)^2}{4} ,$$

et la condition correspondant à des racines complexes peut s'écrire

$$(A.8) \qquad (\hat{\gamma}_1 - \gamma_2)^2 - 4\gamma_1\gamma_2\varepsilon_1\varepsilon_2 < 0 ,$$

ou

$$(A.9) \qquad \{[\gamma_1 + \gamma_3 - \gamma_2] + 2\sqrt{\gamma_1\gamma_2\varepsilon_1\varepsilon_2}\}\{[\gamma_1 + \gamma_3 - \gamma_2] - 2\sqrt{\gamma_1\gamma_2\varepsilon_1\varepsilon_2}\} < 0 .$$

Étant donné que le premier membre de (A.8) est une hyperbole, chacun des termes mis en facteur dans (A.9) représente une branche de cette hyperbole, indiquée dans le graphique A.1. La zone hachurée représente les combinaisons de γ_1 et γ_2 pour lesquelles R n'a qu'une racine réelle. Ainsi, si les coefficients d'ajustement des prix et des quantités sont très différents, Δ aura des racines réelles. D'un autre côté, si les ajustements des prix et de la production sont à peu près de même durée, c'est-à-dire si leur décalage moyen mesuré par $1/\gamma_1$ et $1/\gamma_2$ est approximativement identique, Δ peut alors avoir deux racines complexes; dans ce cas, la conception de l'équilibre représentée par l'équation (3.1a-c) correspondra à des oscillations décroissantes.

avec

$$\text{(A.3)} \quad \Delta(D) = \{(D + \alpha)(D + \hat{\gamma}_1)(D + \gamma_2) + \gamma_1\gamma_2\varepsilon_1\varepsilon_2 D\} - \{\alpha\gamma_3(D + \gamma_2)\} \; .$$

Dans les développements suivants, R(D) désignera l'expression contenue dans la première parenthèse, { }, et F(D) l'expression contenue dans la seconde.

Les trois racines de Δ sont comprises dans la section gauche du plan; le système A.2 est donc stable. En effet, remarquons que R(D) doit avoir au moins une racine réelle et que la valeur absolue de cette racine doit être inférieure à celle de γ_2. Puisque F(D) a une racine en $-\gamma_2$, et que $R(0) > F(0)$, Δ doit avoir une racine comprise entre $-\gamma_2$ et 0. Il ne peut exister de racine plus grande car

$$\text{(A.4a)} \quad \left.\frac{\partial R}{\partial D}\right|_{D=0} = \alpha\hat{\gamma}_1 > \alpha\gamma_3 = \left.\frac{\partial F}{\partial D}\right|_{D=0} \; ,$$

et

$$\text{(A.4b)} \quad \frac{\partial^2 R}{\partial D^2} > 0 \text{ pour toutes les valeurs de } D \geqq 0 \; .$$

Il se peut que toutes les racines ne soient pas réelles. Si toutes les racines de R(D) sont réelles, il est évident que les racines de Δ doivent l'être également. On peut écrire comme suit une condition suffisante à l'effet que les racines de R(D) ne soient pas toutes réelles. Nous remarquons que R(D) peut s'exprimer

$$\text{(A.5)} \quad R(D) = (D + \alpha)\{(D + \hat{\gamma}_1)(D + \gamma_2) - \gamma_1\gamma_2\varepsilon_1\varepsilon_2 - \alpha\gamma_1\gamma_2\varepsilon_1\varepsilon_2 \; .$$

Par conséquent, si $|\min (D + \hat{\gamma}_1)(D + \gamma_2)| < \gamma_1\gamma_2\varepsilon_1\varepsilon_2$,

Annexe

LES PROPRIÉTÉS FORMELLES DU MODÈLE

L'équation (3.1a-c) indiquées dans le texte s'écrit, sous forme matricielle

(A.1a-c)
$$\begin{bmatrix} D + \hat{\gamma}_1 & \gamma_1\varepsilon_1 & -\gamma_3 \\ -\gamma_2\varepsilon_2 & D + \gamma_2 & \varepsilon_2\gamma_2 \\ -\alpha & 0 & D + \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Pi \\ y \\ \Pi^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_1\lambda \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} ,$$

où $\hat{\gamma}_1 = \gamma_1 + \gamma_3$.

Pour des raisons de simplicité, nous ne présenterons la solution complète que pour y. On peut directement l'étendre à Π. En supposant des conditions initiales nulles, les solutions, exprimées en facteurs différentiels, sont

(A.2a-c)

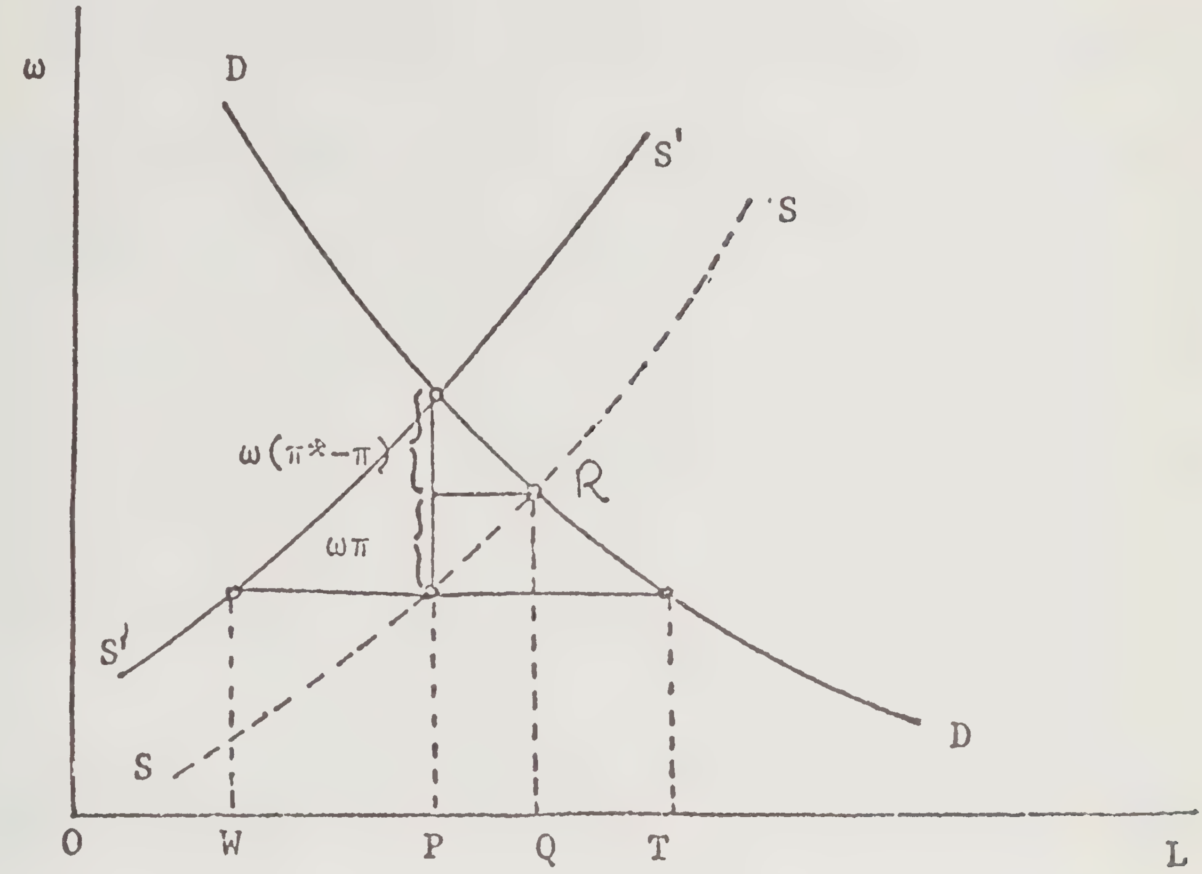
$$\begin{bmatrix} \Pi(D) \\ y(D) \\ \Pi^*(D) \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta(D)} \begin{bmatrix} [D + \gamma_2][D + \alpha] & \dots & \dots \\ D\gamma_2\varepsilon_2 & \dots & \dots \\ \alpha[D + \gamma_2] & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_1\lambda \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} ,$$

l'emploi devient positive et correspond, dans notre cas, à QT.

Cependant, si les taux des salaires nominaux sont fixes, l'excédent de la demande ne peut être satisfait; en effet, pour que le marché s'équilibre, on doit avoir une augmentation du salaire réel et, donc, pour un taux de Π donné, une hausse du salaire nominal[2]. Par conséquent, le niveau réel de l'emploi et de la production est déterminé par la quantité de main-d'oeuvre qui recevra le nouveau salaire réel. Si les travailleurs continuent de calculer la variation des salaires réels d'après le taux anticipé de croissance des prix, l'offre de main-d'oeuvre et, donc, l'emploi, diminueront jusqu'à OW. La baisse de production est plus grave dans ce cas que dans le cas d'un marché libre. Pour un taux de variation donnée de la masse monétaire et un taux de fluctuation donné de la vitesse de rotation de la monnaie, le taux d'inflation est donc, au moins à court terme, supérieur à ce qu'il serait dans le cas d'un marché libre.

---

[2]On ne tient pas compte du recours à des formes de rémunération non-monétaires, qui ne fait pourtant pas de doute.



Graphique 12

supérieur au taux d'inflation, ce dernier s'élève pour transmettre l'augmentation des coûts salariaux. Ceci se traduit par une diminution du salaire réel et de l'ampleur absolue de la variation de production souhaitée. Ce phénomène est tout à fait classique; il procède de la notion très répandue selon laquelle les réductions des salaires réels sont plus facilement affectées par les variations de prix que les baisses des salaires nominaux, c'est-à-dire qu'au moins à court terme, les participants au marché du travail s'illusionnent quant à la valeur de la monnaie.

La suppression de l'effet de pression des coûts réalisée, par exemple, en ne laissant pas les firmes transférer au consommateur les hausses de salaires, rend donc plus prononcée la baisse souhaitée, et finalement la baisse réelle, de l'emploi. Toutefois, si on supprime cet effet en empêchant les salaires d'augmenter, les conséquences sur la production et l'emploi désiré seront opposées. Par conséquent, si le taux de croissance des salaires nominaux se ralentit, de Π^*jusqu'à zéro, la variation souhaitée de

ces écarts. Lorsque le contrôle est aboli, les fluctuations du taux de croissance deviennent plus amples et plus prolongées.

Toutefois, ce dernier résultat est lié à l'hypothèse selon laquelle la production peut s'ajuster dans la direction de la variation souhaitée, indiquée par la différence entre Π et Π^*. Il ne tient pas compte de l'effet du blocage des salaires sur les taux de participation à la main-d'oeuvre. Le "gel" des salaires n'empêche pas les travailleurs de calculer la baisse de leur salaire réel lorsque les prix continuent de monter. Il a plutôt pour effet de réduire l'offre de main-d'oeuvre (le blocage des prix permet vraisemblablement d'éviter cette situation). Par conséquent, le taux de croissance de la production s'en trouve ralenti.

UN EXEMPLE

Le graphique 12 illustre les divers effets d'un gel des salaires sur le marché du travail. Ce graphique se rapporte à la phase du cycle des affaires pendant laquelle le taux d'augmentation des salaires nominaux dépasse le taux de variation des prix. Plutôt que de tracer deux ensembles de courbes, anciennes et nouvelles, de demande et d'offre, nous avons indiqué l'effet d'une variation du salaire réel, résultant de la différence entre Π et Π^* (ce dernier est censé exprimer le taux de croissance des salaires nominaux), par un mouvement le long de la courbe de demande et un déplacement de la courbe d'offre.

En l'absence de tout effet de retour dû au mécanisme de pression des coûts, la baisse souhaitée de l'emploi et de la production correspond à QP. Lorsque l'emploi s'ajuste vers le niveau souhaité, ou bien le chômage s'étend, ou bien le taux de croissance des salaires diminue jusqu'à ce que le marché s'équilibre au point R. Toutefois, si le taux de variation des salaires est rigide à la baisse, la seconde éventualité est peu plausible, ou ne se manifeste que très lentement, la baisse de l'emploi étant finalement voisine de QP.

Le mécanisme de l'inflation par les coûts facilite l'ajustement en réduisant l'ampleur de la baisse souhaitée de l'emploi. Si le taux de croissance des salaires est

pas du même défaut. Il serait assurément utile d'étudier un plus grand nombre de cycles survenus en période de taux de change flottant afin de voir si l'évaluation des niveaux reste régulièrement inappropriée. Toute différence persistante entre les résultats obtenus pour des périodes de taux de change flottant et des périodes de taux fixe soulève une question importante: dans quelle mesure la monnaie peut être exogène dans un système de taux de change fixe?

L'EFFET D'UN CONTRÔLE DES SALAIRES

Comment un système de contrôle des salaires affecterait-il ces résultats? Il conviendrait de ne considérer les conclusions suivantes que comme très provisoires; pour des raisons de simplicité, nous supposerons que le contrôle des salaires est réalisé en fixant le niveau des salaires nominaux.

Lorsque les salaires sont fixes, les coûts n'exercent aucune pression à la hausse des prix. Par conséquent, le second terme de l'équation d'ajustement des prix, $\gamma_3 (\Pi^* - \Pi)$, disparaît, ce qui a deux conséquences importantes pour les propriétés caractéristiques du modèle. D'abord, le décalage moyen entre les variations des prix et de la masse monétaire s'en trouve réduit. Par conséquent, la période d'ajustement des prix aux variations de la masse monétaire est plus courte. Ceci, parce que le caractère autogénérateur de l'inflation - résultant de l'effet de retour que les prix exercent sur eux-mêmes par leur influence sur les attentes et les augmentations de salaires - disparaît.

Par conséquent, le premier effet aide à contrôler le système. Mais le second va à l'encontre de la stabilité: la suppression du mécanisme de pression des coûts peut accroître la durée des fluctuations de la production. On en trouvera la preuve formelle dans l'annexe. On peut penser que le terme $\gamma_3(\Pi^* - \Pi)$ de l'équation d'ajustement des prix tend à régulariser le système; il implique que le taux d'inflation s'ajuste pour faire disparaître toute différence entre les taux réel et anticipé de l'inflation. Mais puisqu'une telle disparité détermine également les déviations du taux de croissance par rapport à sa tendance à long terme, l'effet de pression des coûts aide à contrôler

moins éloquents. Si nous admettons la notion d'une fonction de la vitesse de rotation de la monnaie qui soit stable, l'évaluation du décalage réparti dans le temps implique une période d'ajustement de plus de douze trimestres. Par ailleurs, le caractère de régularité imposé à la répartition chronologique estimée pour le décalage empêche vraisemblablement les évaluations de refléter l'ajustement marqué du taux d'inflation qui survient vers la fin d'un cycle. Cet ajustement <u>est</u> compatible avec une fonction stable de la vitesse de rotation de la monnaie; le moment où il survient suggère que la période complète d'ajustement du taux d'inflation est de même durée que pour la production, soit environ 36 mois.

Rien n'indique qu'une modification structurelle soit survenue au cours des dernières années. La dépression prolongée du taux de croissance de la production et la persistance de l'inflation au cours du cycle 1969-1970 s'expliquent par le fait que les taux d'expansion monétaire s'étaient longtemps maintenus à un niveau élevé pendant la période précédente.

En fait, ce n'est pas le cycle 1969-1970 qui requiert des explications, mais plutôt les cycles 1962-1964 et, surtout, 1957-1960. La période 1962-1964 représente peut-être le cas exceptionnel le moins intéressant. Les variations sont si peu prononcées et si brèves qu'on est en droit de se demander s'il s'agit vraiment d'un cycle[1]. D'un autre côté, la période 1957-1960 couvre sans aucun doute un cycle. Ce cycle est étrange et intrigant parce que l'on ne peut évaluer correctement le niveau du taux de croissance de la production. Les variations des taux de croissance de la production et du revenu nominal se calculent très bien. Cette particularité s'explique peut-être par le fait que la devise canadienne avait à cette époque un taux de change flottant. Mais, de 1960 à 1962, le Canada appliquait également une politique de taux de change flottant, et l'évalutation du cycle correspondant à cette période ne souffre

---

[1]Il est cependant intéressant de remarquer que, pendant cette période, le taux d'inflation est surestimé et le taux de croissance sous-évalué. En d'autres termes, le taux de croissance du PNB en termes monétaires est loin d'être aussi incorrect que les évaluations de ses deux composantes.

Chapitre cinq

RÉSUMÉ ET CONCLUSIONS

Un résultat principal se dégage de notre étude: les variations de la masse monétaire et les fluctuations de la production et des prix ont entretenu un rapport stable au cours de la période 1954-1969. Sur la base du comportement réel de la masse monétaire pendant cette période, les schémas d'évolution des variations de prix et de la production sont conformes aux prévisions issues du modèle simple élaboré dans les sections 2 et 3. D'après nos résultats, l'influence du taux d'expansion de la monnaie sur la croissance de la production est nulle à long terme, mais prononcée à court terme. L'expression "court terme" est quelque peu inappropriée - et ceci représente un autre résultat important - car les décalages entre les variations de la masse monétaire et les fluctuations de la production et des prix sont apparemment assez prolongés. Dans le cas de la production, une accélération du taux d'expansion monétaire se traduit par une valeur maximale du taux de croissance de 9 à 18 mois plus tard. Bien entendu, la production atteint son niveau maximal encore plus tard: au maximum, 24 mois environ après la modification du taux d'accroissement de la masse monétaire.

En ce qui concerne le décalage entre les variations de la masse monétaire et celles des prix, nos résultats sont

Graphique 11

Prévision de la courbe de Phillips
1970-IV 1973-IV

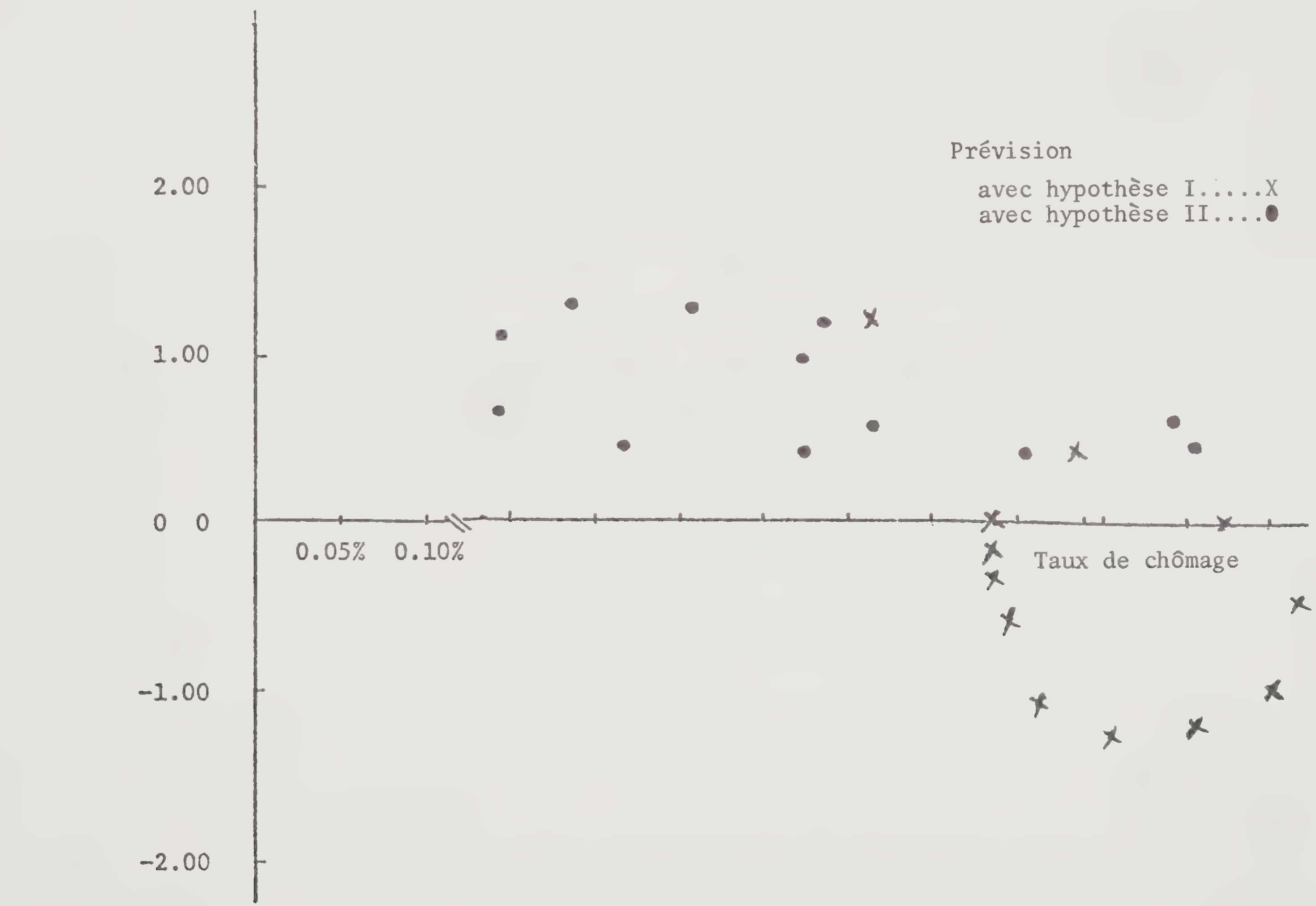


Tableau VII

Prévisions des variations trimestrielles du taux de chômage (Δu) et des taux de variation des prix sur une base annuelle(Π)
1970-1973

Trimestre		Hypothèse I		Hypothèse II	
		ΔU	Π	ΔU	Π
1970	I				
	II				
	III				
	IV	0.1346	1.2312	0.1346	1.2312
1971	I	0.1263	.4544	0.1263	.4544
	II	0.0922	.0364	0.0764	.3974
	III	0.0418	-.4006	-0.0085	.6274
	IV	-0.0088	-.9984	-0.0925	.4304
1972	I	-0.0539	-1.1553	-0.1304	.4307
	II	-0.0538	-1.2256	-0.1148	.4543
	III	-0.0440	-1.0476	-0.0655	.6634
	IV	-0.0237	- .6090	-0.0086	1.0698
1973	I	-0.0094	- .2930	0.0395	1.2903
	II	-0.0011	- .1353	0.0712	1.2893
	III	0.0002	.0015	0.0834	1.2041
	IV	0.0000	.0000	0.0741	.9173

chômage, ce que nous avons fait en utilisant l'équation suivante (ces résultats nous ont été gracieusement fournis par Arthur Donner)[10]:

$$(4.7) \quad \Delta u_t = 0.324 - 0.098y_t - 0.113y_{t-1} - 0.066y_{t-2}$$

Δu représente la variation trimestrielle du taux de chômage. Le tableau VII indique les valeurs prévues de Δu et de Π, en considérant les hypothèses I et II relatives à la croissance de M (voir pp. 37 et 39); et le graphique 11 représente les prévisions de u et de Π. Le caractère atténué des valeurs de Π apparaît à nouveau dans ce graphique sous la forme d'une courbe de Phillips insuffisamment bombée.

[10] D'après l'équation (4.7), un taux de croissance de 4.68 pour cent n'entraîne aucune variation du taux de chômage. Pour notre période d'échantillon, le taux tendanciel de croissance s'élève à 5.01 pour cent. Nous disons que ce taux de croissance correspond à un équilibre de plein-emploi (u constant) et ajustons les coefficients de l'équation (4.7) selon le rapport 4.86/5.01.

n'est pas sujet à un biais[8]. Si on compare Π avec ses valeurs évaluées pour la période de l'échantillon, un défaut de l'évaluation des décalages répartis dans le temps apparaît: on ne réussit pas à tenir compte des cycles marqués de Π qui surviennent tous les deux ou trois ans. Il est intéressant de connaître la chronologie de ces cycles, telle que l'indiquent les changements de direction du taux de croissance de la production. Dans le tableau VI, on a indiqué, sous les symboles P et T, les maxima et les minima du taux de croissance du produit réel. Remarquons que, dans tous les cas sauf un, le cycle marqué de Π survient après que y ait commencé à diminuer. De plus, les cycles sont complets environ 5 à 6 trimestres après le sommet de y. Mais la période d'ajustement du taux de croissance du produit réel s'achève elle aussi 6 trimestres après le sommet de y; il semblerait donc que les périodes d'ajustement de y et de Π soient de la même durée. Nous pensons, mais ce n'est là que pure conjecture, que l'incapacité d'un polynôme de répartition des décalages de faible degré à prendre en compte les maxima prononcés de Π se traduit par un problème de "double dénomination"; dans ce cas, on explique ces maxima prononcés dans le décalage en prolongeant la durée[9].

PRÉVISIONS DE LA COURBE DE PHILLIPS

Enfin, on est naturellement tenté de prévoir Π en utilisant les mêmes hypothèses que pour y, et de construire une courbe de Phillips hypothétique. A cette fin, on doit relier le taux de croissance de la production au taux de

---

[8] Il convient de noter le point suivant: on n'inclut dans la régression que les valeurs passées de la variable exogène; on élimine donc le problème de la corrélation sérielle en présence de variables endogènes décalées, problème qui cause systématiquement une grave surestimation du décalage moyen. En fait, lorsqu'on évalue Π en utilisant comme coefficients de régression des valeurs décalées, on obtient une période d'ajustement de 64 trimestres.

[9] Andersen et Karnosky ont estimé à 28 trimestres la période d'ajustement du taux d'inflation aux États-Unis. Si les données sur les prix américains présentent le même comportement pendant les cycles que les données pour le Canada, et si notre conjecture est exacte, cette évaluation aussi est biaisée vers le haut.

LA STABILITÉ DE LA VITESSE DE ROTATION ET LE DÉCALAGE DES PRIX

En fait, le dernier chiffre est 1.19154. Une explication est évidente: la période d'ajustement complète dure plus de 12 trimestres. Si on admet l'idée d'une fonction stable de la vitesse de rotation de la monnaie, le taux d'inflation doit, à un certain moment de la période d'ajustement, être supérieur au nouveau taux d'équilibre. Dans le cas contraire, c'est-à-dire s'il est en retard par rapport à la variation de λ, le niveau des équilibres réels s'élève. En d'autres termes, la vitesse de rotation devient une fonction décroissante du taux d'inflation!

Par conséquent, le fait que la somme cumulative des coefficients affectés à λ soit supérieure à un peut indiquer que la période d'ajustement n'est pas complète. Toutefois, si l'on estime à partir des évaluations du tableau VI, la durée du reste de la période d'ajustement, on obtient un décalage invraisemblablement prolongé. On effectue cette évaluation comme suit. Premièrement, le taux d'inflation est inférieur de 14 - 10.25619 = 3.74381
au taux de croissance de M pour les 14 trimestres de 0 à 13. Supposons ensuite que le taux d'inflation se maintient à 1.19154 pour cent pendant la fin de la période d'ajustement. Cette hypothèse procède d'une surévaluation: l'excédent peut être supérieur à 0.19154 pour certains des trimestres subséquents, mais il doit être inférieur à ce montant pendant d'autres trimestres, lorsque Π se rapproche de sa valeur d'équilibre à long terme. Même avec cette surestimation, qui cause un biais vers le bas de la durée estimée de la période d'ajustement, on arrive, pour le reste de cette période, à une durée de près de 21 trimestres.

SURESTIMATION DU DÉCALAGE DES PRIX

D'après cette méthode de calcul, dont nous reconnaissons le caractère approximatif, la période d'ajustement du taux d'inflation est presque trois fois plus longue que la période d'ajustement du taux de croissance de la production, soit près de 9 ans au total. Ce résultat est manifestement exagéré, et on peut se demander si le décalage moyen estimé

Graphique 10

Équivalents annuels des taux d'inflation trimestriels
1957 - II - 1969 - IV

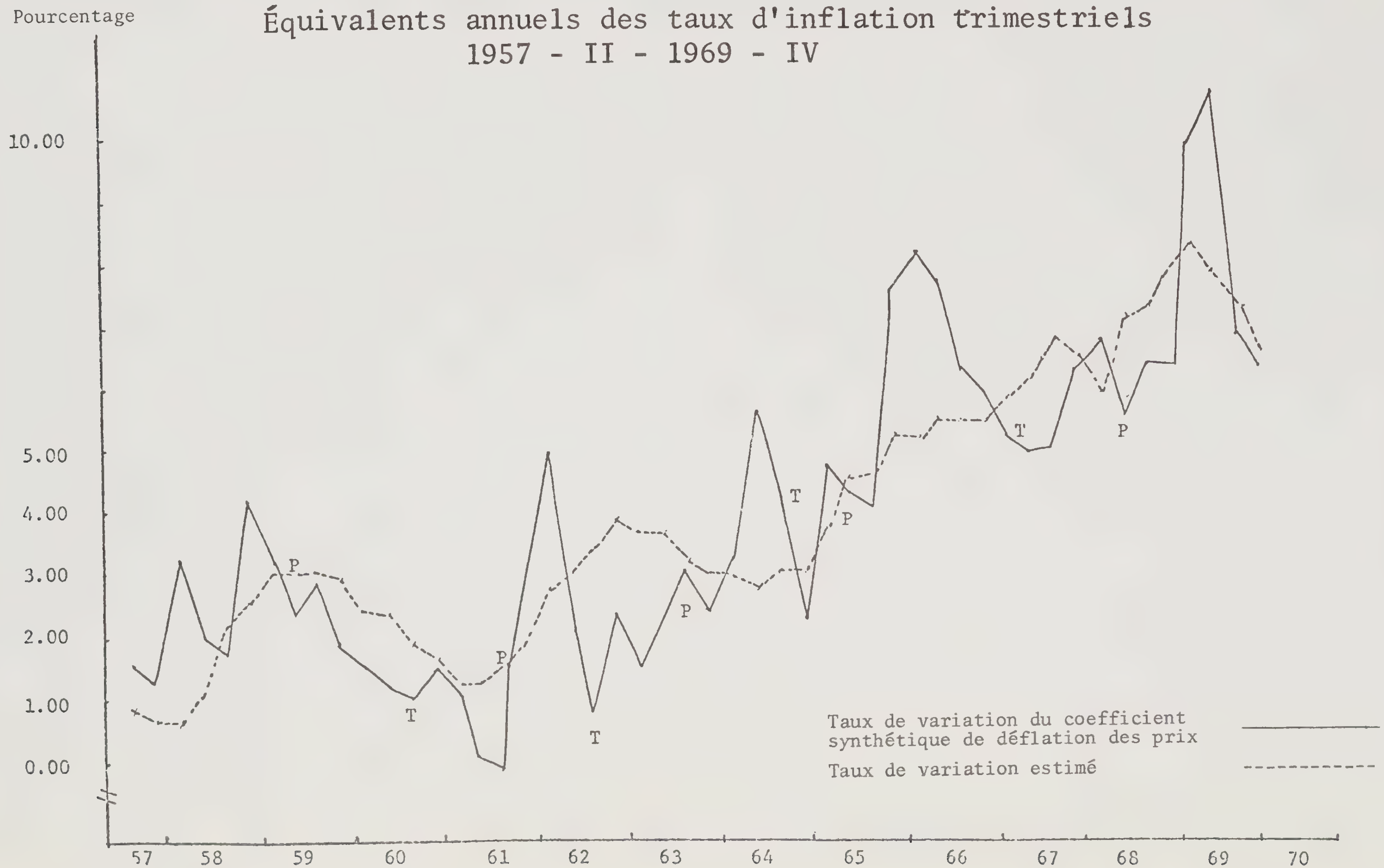


Tableau VI

Évaluations de $\Pi_t = \gamma_1 \Sigma p_i \Delta^2 \lambda_{t-i} + (\alpha+\gamma_2)\gamma_1 \Sigma p_i \Delta\lambda_{t-i}$

$+ \alpha\gamma_2\gamma_1 \Sigma p_i \lambda_{t-1}$

1954-1969

	$\gamma_1 p_i$	$(\alpha + \gamma_2)\gamma_1 p_i$	$\alpha\gamma_2\gamma_1 p_i$	$\sum_{j=0}^{i} \gamma_2\gamma_1 p_j$	$\sum^{i} \alpha\gamma_2\gamma_1 p_j + (\alpha+\gamma_2)\gamma_1 p_i + \gamma_1 p_i - \gamma_1 p_{i-1}$
i = 0	.00000	.00000	.00000	.00000	0.00000
1	.06953	.04052	.06666	.06666	0.17670
2	.09560	.05572	.09166	.15832	0.24011
3	.11590	.06753	.11110	.26942	0.35725
4	.13040	.07598	.12506	.39442	0.48490
5	.13910	.08104	.13330	.52772	0.61746
6	.14200	.08273	.13610	.66382	0.74945
7	.13910	.08104	.13330	.79712	0.87526
8	.13040	.07598	.12500	.92212	0.98940
9	.11590	.06753	.11110	1.03322	1.08625
10	.09560	.05572	.09166	1.12488	1.16030
11	.06953	.04052	.06666	1.19154	1.20560
12	.00000	.00000	.00000	1.19154	1.12201
13	.00000	.00000	.00000	1.19154	1.19154
			1.19154		10.25619

définitive de λ à l'instant t=0 se traduit, pour une période, par une transition $\Delta\lambda$. Les coefficients de la colonne $(\alpha + \gamma_2)\gamma_1 P_i$ représentent les parts respectives de cette variation de λ. Deuxièmement, il y a une transition de deux périodes en $\Delta^2\lambda$: en première période, l'augmentation qui suit la variation de λ et, en seconde période, une diminution, lorsque λ se maintient à son niveau, plus élevé. La part de cette transition en deux périodes au cours de tout trimestre i se mesure par $\alpha\gamma_1 P_i - \alpha\gamma_1 P_{i-1}$. Le dernier déterminant de Π correspond à la somme cumulative des coefficients de λ; il apparaît dans l'avant-dernière colonne[7].

La dernière colonne du tableau VI indique la somme de toutes ces parts; les chiffres y figurant représentent les évaluations de l'effet marginal qu'exerce sur le taux d'inflation au cours des trimestres subséquents une augmentation permanente de un point procentuel de λ survenant aujourd'hui. Si la période d'ajustement dure vraiment 12 trimestres, le dernier chiffre de la colonne $\Sigma\alpha\gamma_2\gamma_1 P_j$ devrait être égal à un; à ce moment, les parts des transitions sont nulles et le taux d'inflation est complètement ajusté au taux (normalisé) d'expansion monétaire.

---

[7]On a essayé d'évaluer α et γ_2 à partir des résultats du tableau IV comme suit. Puisque p est identique pour chaque décalage réparti dans le temps, les sommes de ces décalages ne devraient différer que pour les premiers coefficients. Nous avons en particulier:

$$\gamma_1 \Sigma p_i = 1.24306$$

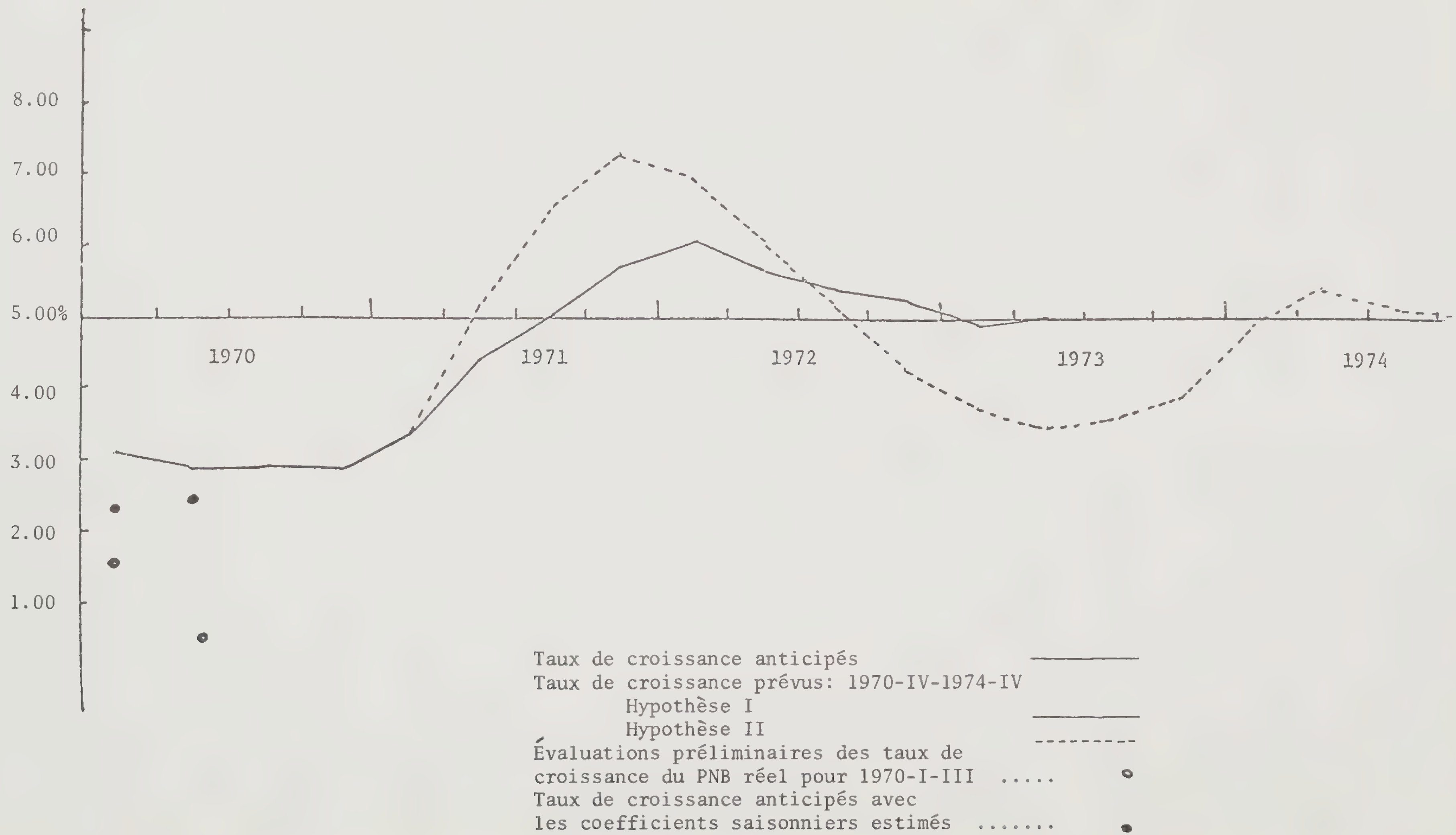
$$(\alpha + \gamma_2)\gamma_1 \Sigma p_i = 0.72431$$

$$\alpha\gamma_2\gamma_1 \Sigma p_i = 1.19154$$

L'élimination de $\gamma_1 \Sigma\, p_i$ et de γ_2 conduit à une forme quadratique en α. Malheureusement, les racines étant complexes, nous avons dû abandonner cette méthode.

Graphique 9

Taux de croissance anticipés et prévus du produit national brut en termes réels
1970-1974



en termes de durée et d'intensité. Etant donné la forme de la courbe de répartition des décalages, le taux de croissance de Y ne pourrait se redresser qu'environ trois trimestres après le sommet de y, ce qui correspond dans ce cas à 1968-II. Puisque les facteurs de λ pour les quatre trimestres suivants - 1969-II à 1970-II - sont, dans leur forme normalisée, **négatifs**, sept trimestres devraient s'écouler après 1968-II avant que l'on puisse observer un redressement. En fait, on prévoit le rétablissement en 1971-I, soit sept trimestres après 1968-II.

RÉSULTAT POUR LE TAUX D'INFLATION

Nous n'envisagerons l'évaluation du taux d'inflation Π, tel que mesuré par le taux de variation du coefficient de déflation synthétique de la DNB, que de manière assez brève, et ce, pour deux raisons, D'abord, les principes généraux en cause sont les mêmes que pour l'évaluation de y; ensuite, le rapport entre Π et λ peut souffrir d'un vice de définition. Ce défaut - s'il existe - a la cause suivante: la durée de répartition du décalage qui sépare les taux de variation des prix et les taux de croissance de M est obligatoirement identique à celle du décalage entre les taux de variation de la production et de la masse monétaire, à savoir 12 trimestres. On a observé, au moins pour les États-Unis, que la période d'ajustement des prix est beaucoup plus longue que cela; mais, comme nous le verrons, du fait du comportement de Π pendant un cycle, il peut être très difficile pour un modèle de répartition du décalage d'évaluer avec précision la durée de la période d'ajustement. Nous commencerons donc par considérer une période d'ajustement de 12 trimestres.

L'équation d'évaluation de Π s'écrit:

(4.6)

$$\pi_t = \gamma_1 \Sigma p_i \Delta^2 \lambda_{t-i} + (\alpha + \gamma_2)\gamma_1 \Sigma p_i \Delta\lambda_{t-i} + \alpha\gamma_2\gamma_1 \Sigma p_i \lambda_{t-i} .$$

Δ représente le facteur de variation. Le tableau VI indique les coefficients évalués pour les trois décalages répartis dans le temps qui figurent dans (4.6). Dans la dernière colonne, on a calculé la variation du taux d'inflation pour une augmentation de un point procentuel de λ, selon la méthode suivante. Premièrement, la variation

pour décrire le rapport entre les taux de variation de la masse monétaire et de la production. Un autre moyen de déceler la structure de ce rapport consiste à prévoir des taux de croissance avec différentes hypothèses concernant le taux de croissance de M.

Premièrement, nous utilisons les taux de croissance réels de M pour 1970-I et 1970-II afin de prédire y pour 1970-I-III; le graphique 8 indique les résultats obtenus. Puisque ces valeurs sont régularisées, on ajoute les coefficients saisonniers évalués. On calcule les évaluations des taux de croissance réels de Y en 1970-I et II à partir des données préliminaires estimées par le BFS pour Y en 1970-I-II; puis on inclut ces évaluations dans le graphique 8. Enfin, on prévoit y selon deux hypothèses différentes quant à λ depuis 1970-IV. En vertu de l'hypothèse I, λ croît à son taux normalisé de 4.31 pour cent à partir de 1970-III. Ce taux devrait s'être traduit par des prix stables au cours de la période 1954-1969.

Dans l'hypothèse II, λ est beaucoup moins régulier. Pour 1970-II-IV, on enregistre le même taux qu'avec l'hypothèse I. Mais, en 1971-I et 1971-II, on laisse M croître d'un taux annuel de 14.31 pour cent au cours de chaque trimestre. On suppose une réaction excessive au cours des deux trimestres suivants: le taux de croissance de M est pratiquement nul (en fait, on le fixe égal à la moyenne pour la période de 1969-II à 1970-I, soit 0.54 pour cent). Ensuite, λ est égal à 4.31 pour cent, comme dans l'hypothèse I.

Les résultats de ces prévisions apparaissent dans le graphique 9. Remarquons que, dans les deux cas, la phase de dépression de y est plus prolongée que durant les cycles précédents. Cette caractéristique de la présente récession a conduit à penser que l'économie avait peut-être subi des transformations structurelles pendant les dernières années, à cause desquelles les réajustements sont devenus plus prolongés qu'auparavant. Toutefois, d'après nos résultats, l'évolution récente peut s'expliquer sans invoquer de changement structurels. Par exemple, on peut expliquer la phase de dépression prolongée par le fait qu'elle fut précédée d'une période très longue pendant laquelle λ était élevé. De 1967-I à 1969-I, les taux de croissance de M furent nettement supérieurs à leur moyenne à long terme. Aucune autre phase de la période 1954-1969 n'est comparable

avait la signification suivante: l'économie s'est comportée comme si le niveau de la production avait été abaissé. Les évaluations des coefficients de répartition des décalages effectuées en incluant le cycle 1957-1960 concordent avec cette définition: la somme des coefficients de répartition est nulle, tandis que la somme des coefficients de la réaction de transition est positive (tableau III).

Par ailleurs, le comportement de la production au cours des cycles subséquents à 1960 est compatible avec la condition de neutralité de la tendance et du niveau. Dans ce cas, les fluctuations de la production ne représentent pas des transitions d'une ligne tendancielle à une autre. Et, lorsqu'on supprime le cycle 1957-1960 en incluant une variable de substitution, les évaluations des décalages répartis dans le temps sont compatibles avec nos prévisions fondées sur cette définition. Par conséquent, la somme des coefficients de répartition des décalages est négative, et la somme des coefficients de la réaction de transition est beaucoup plus proche de zéro (tableau IV).

On obtient le même type de résultats quand on raccourcit la période de l'échantillon. Ainsi, lorsqu'on prend comme point de départ 1956-IV, la somme des coefficients de répartition des décalages s'élève à -0.2013, au lieu de -0.2199 avec la variable de substitution. Étant donné que le décalage réparti dans le temps requiert douze observations, la période 1957-1960 se trouve effectivement éliminée dans les deux cas; on devrait donc s'attendre à obtenir des résultats très similaires.

Remarquons enfin que, puisque, avec douze décalages, ni la somme des coefficients de répartition des décalages (réaction induite) ni la somme des coefficients de la réaction de transition ne sont nulles, il se peut que le processus d'ajustement soit plus prolongé que cela. Pourtant, l'extension de la durée du décalage et l'utilisation d'un polynôme de degré supérieur afin de prendre en compte la structure plus complexe du décalage réparti dans le temps n'ont pas permis d'obtenir de meilleurs résultats.

LA PRÉVISION DU TAUX DE CROISSANCE

Jusqu'à maintenant, nous avons utilisé les évaluations de la fonction de répartition chronologique des décalages

Tableau V

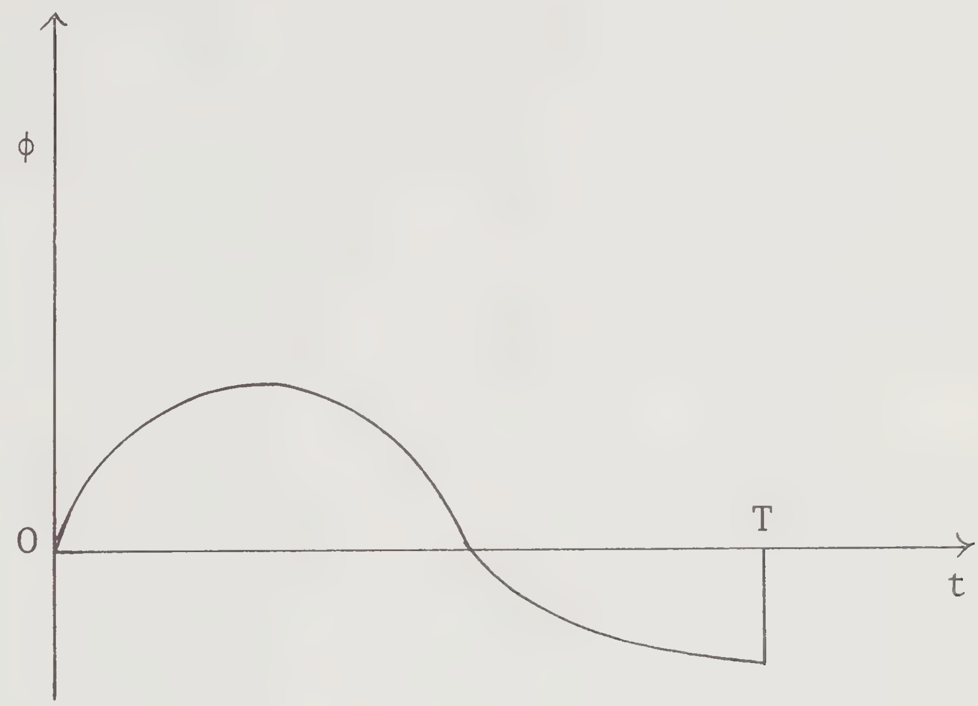
(Résultats de l'évaluation avec $y_t = \Sigma w_i \lambda_{t-i} + b_o d_t$)
(pour diverses valeurs de T,)
1954-1969

T	b_o	Valeur de t	R^2	Σw_i
9	-2.1471	-3.4342	.3518	.0549
10	-2.2990	-3.8993	.4039	-.0696
11	-2.3823	-4.0882	.4282	-.1695
12	-2.3923	-4.1696	.4183	-.2199
13	-2.5210	-3.8478	.3670	-.2293
14	-2.3953	-3.3017	.2908	-.1926
15	-2.4353	-3.0876	.2579	-.1875
16	-2.1848	-2.5509	.2081	-.1658

des coefficients de la réaction de transition doit aussi être nulle. Rappelons que la réaction de transition exprime le comportement du taux de croissance de la production pour une variation permanente du taux d'expansion monétaire. Si la réaction de transition n'est jamais négative, comme c'est le cas dans le graphique 4b par exemple, le taux de croissance de la production n'est jamais inférieur au taux tendanciel après une hausse du taux de croissance de M. Par conséquent, dans des conditions de neutralité du taux de croissance, une variation de λ déplace la courbe de croissance à long terme de la production, mais sans en modifier la pente.

La période 1957-1960 est intéressante parce qu'elle s'avère compatible avec cette dernière définition. Le fait que la production n'ait pu retrouver son taux de croissance tendanciel de la période 1954-1969 au cours de ce cycle

L'effet de la constante de substitution sur les évaluations des décalages répartis dans le temps est également révélateur. La somme des décalages devient négative (tableau V). La réaction de transition suit donc une courbe conforme à celle du graphique 8. Remarquons notamment que, vers la fin de la période de transition, le taux de croissance (normalisé) de la production devient négatif. En fait, le tableau IV indique qu'avec 12 décalages, le taux de croissance devient inférieur au taux tendanciel au bout de 8 trimestres.



Graphique 8

NIVEAU DE LA TENDANCE ET NEUTRALITÉ DU TAUX DE CROISSANCE

La raison de ce changement est assez évidente. La condition de "neutralité" de la monnaie intégrée dans la définition théorique du modèle concerne le taux de croissance. Cependant, les fluctuations du taux de croissance par rapport au taux de croissance tendanciel pendant la période de l'échantillon (excepté de 1957 à 1960) suggèrent une condition plus stricte: la neutralité eu égard à la tendance de la production.

Pour que cette définition soit la bonne, il ne suffit pas que la somme des coefficients de répartition des décalages soit nulle. La somme de la série des sommes cumulatives doit l'être également. En d'autres termes, la somme

Tableau IV

Évaluation de w avec

$$y_t = \Sigma w_i \lambda_{t-i} + b_o d_t \text{ , } d_t = 1\text{, pour } t = \text{1957-III}$$

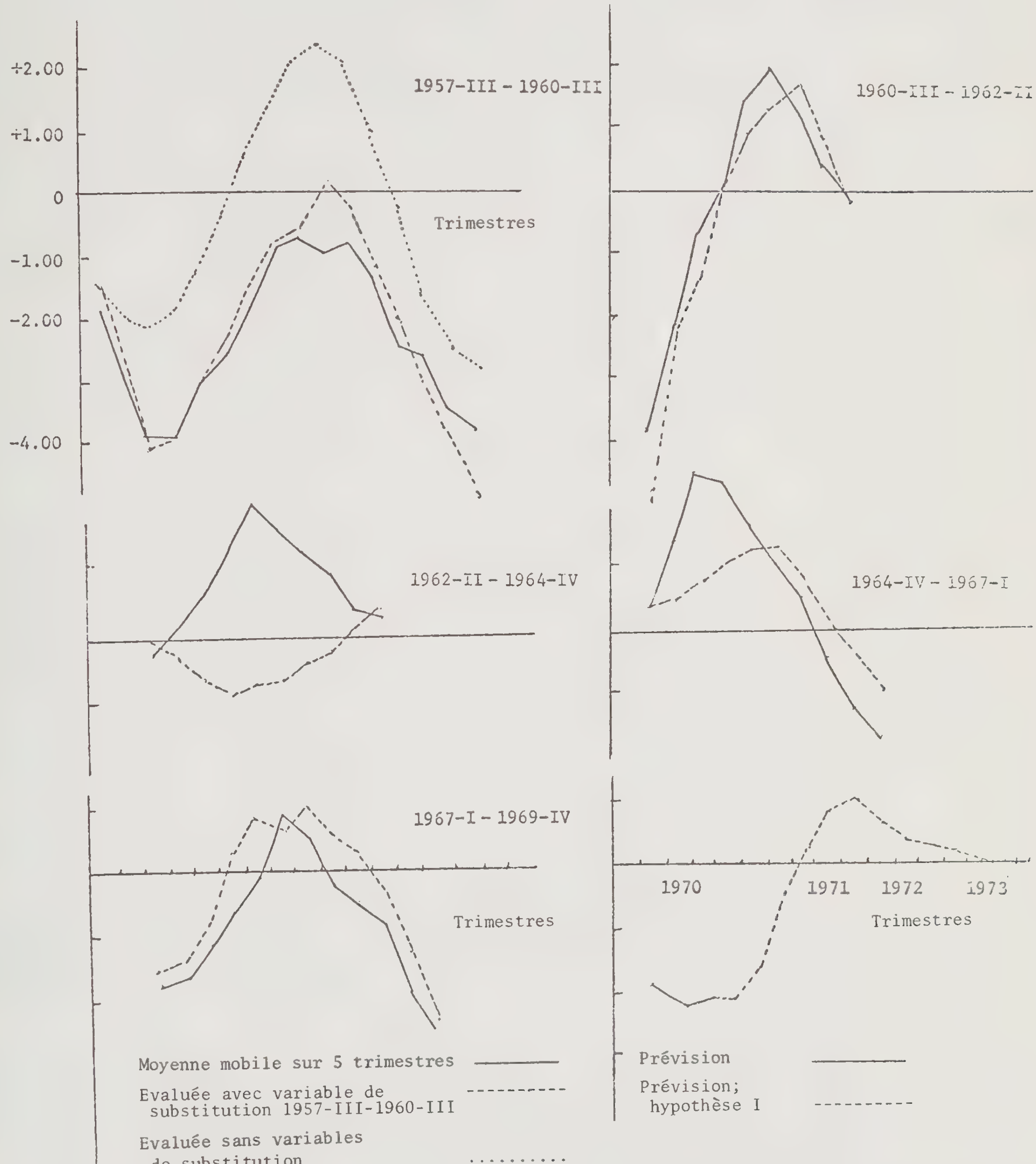
$$\text{1960-III , } d_t = 0\text{, autrement}$$

$t - i$	w_i	Rapport t	$\sum_{j=0}^{i} w_i$
i = 1	.01811	0.3579	.01811
2	.05846	2.1497	.07657
3	.06764	2.9738	.14421
4	.05324	2.1984	.19745
5	.02285	0.9720	.22030
6	-.01595	-0.7430	.20435
7	-.05555	-2.5976	.14880
8	-.08837	-3.6383	.05943
9	-.10681	-3.9287	-.04638
10	-.10330	-3.9358	-.14968
11	-.07022	-3.8673	-.21990
12	.00000	....	-.21990
$\sum_{i=0}^{T} \sum_{j=0}^{i} w_j$			.43336

différentes durées de décalages.

La raison pour laquelle le cycle 1957-1960 devrait différer des suivants n'est pas évidente. Mais une chose est claire: le rapport entre la masse monétaire et la production évalué pour l'ensemble de la période d'échantillonnage ne suffit pas à l'expliquer. Il est particulièrement intrigant que le niveau des évaluations soit la variable faussée; les variations estimées concordent extrêmement bien avec les fluctuations du taux de croissance.

Graphique 7



Taux normalisé annuel équivalent (O = 5.01%)

Taux de croissance trimestriels du produit réel

1957 - 1969

Graphique 6

Répartition des décalages entre les taux de croissance du PNB (en termes réels) et de la masse monétaire

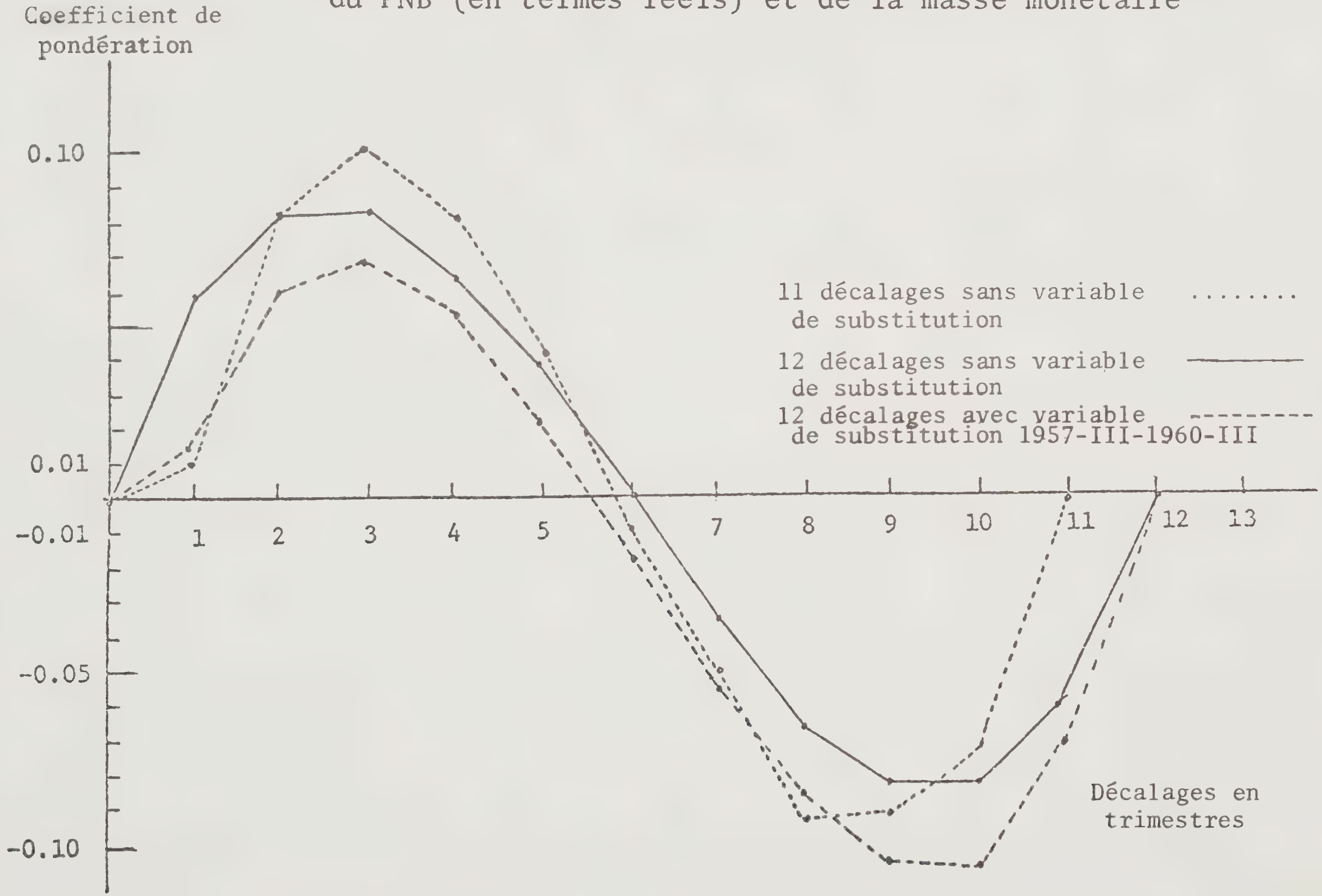


Tableau III

Résultats de l'évaluation pour T = 12, en faisant varier le point de départ de l'intervalle d'estimation de 1954-II à 1956-IV

Début de l'intervalle		R^2	$\sum_{i=0}^{T} w_i$
1954	II	.2095	.01236
	III	.1953	.00859
	IV	.1815	.00037
1955	I	.1650	-.02123
	II	.1628	-.09802
	III	.1652	-.11480
	IV	.1740	-.13715
1956	I	.1916	-.16112
	II	.2359	-.16753
	III	.2753	-.18654
	IV	.2932	-.20130

du cycle qui est beaucoup plus conforme à celui observé pour les périodes subséquentes. Les évaluations de y sont donc trop élevées. Lorsqu'on ajoute une constante de substitution pour la période 1957-III-1960-III, la valeur estimée de y concorde extrêmement bien avec la moyenne mobile[6]. Le graphique 6 indique la forme de la courbe des coefficients de répartition des décalages pour 12 décalages, avec la constante de substitution; les valeurs des coefficients sont indiquées dans le tableau IV. On trouvera dans le tableau V un résumé des résultats obtenus pour

[6]Les évaluations de y pour les cycles subséquents ne sont pas modifiées.

croissance de M exerce son plein effet sur le taux de croissance de Y. On peut voir dans le tableau II qu'une hausse permanente de λ se traduirait par une valeur maximale de y environ 18 mois plus tard, tandis que dans le cas d'une augmentation temporaire, le décalage serait près de deux fois plus court, c'est-à-dire d'environ 9 mois.

Comme nous avons arrêté la fonction de répartition des décalages pour une certaine valeur de T, certains effets tenant aux conditions initiales peuvent être intégrés dans les évaluations de w. On a donc fait varier le point de départ de l'intervalle d'évaluation afin de voir comment les valeurs estimées en étaient affectées; le tableau III indique les résultats obtenus pour $T = 12$. Il est intéressant de remarquer que les sommes des coefficients de pondération décroissent en valeur algébrique au fur et à mesure que l'intervalle d'évaluation diminue. Nous examinerons cet aspect ci-dessous.

Le graphique 7 indique les valeurs de y évaluées pour la période 1956-IV à 1969-IV. Au cours de cette période, le taux de croissance de la production a connu cinq cycles. Ceux-ci sont représentés dans le graphique 7 par les variations de la moyenne mobile sur cinq trimestres de y. Si on laisse de côté les niveaux prévus de y pour un moment, on voit que les estimations suivent de très près les variations cycliques. Le bref cycle observé de 1962-II à 1964-IV constitue la seule exception: dans ce cas, les valeurs évaluées pour y sont complètement fausses. Il est intéressant de remarquer que ce cycle est exceptionnellement peu prononcé: c'est le seul pendant lequel le taux de croissance ne devient pas inférieur au taux tendanciel.

La seule autre différence significative entre les résultats estimés et observés réside dans le niveau trop élevé des évaluations pour le cycle 1957-1960. Ce cycle aussi est exceptionnel en ce que le renversement de la tendance est particulièrement peu prononcé, le taux de croissance ne coupant jamais le taux tendanciel. En conséquence, la production ne peut retrouver son niveau tendanciel. Au contraire, au cours des cycles suivants, la production fluctue de manière plus ou moins symétrique de part et d'autre de la tendance.

Les valeurs de y estimées pour le cycle 1957-1960 impliquent un comportement de la production pendant l'ensemble

TABLEAU II

Coefficients de répartition des décalages
pour T = 11 et T = 12

	T = 11		T = 12	
	w_i	$\sum_{j=0}^{i} w_j$	w_i	$\sum_{j=0}^{i} w_j$
i = 0	.00000	.00000	.0000	.0000
1	.02166 (.36109)	.02166	.05890 (1.04664)	.05980
2	.08552 (2.90000)	.10718	.08585 (2.82335)	.14565
3	.10335 (3.80825)	.21053	.08673 (3.37792)	.23238
4	.08689 (2.97312)	.29742	.06871 (2.49187)	.30109
5	.04792 (1.79115)	.34534	.03811 (1.42441)	.33920
6	-.00180 (-.07594)	.34354	.00121 (0.04979)	.34041
7	-.05051 (-1.97204)	.29303	-.03570 (-1.48598)	.30471
8	-.08645 (-2.83117)	.20658	-.06631 (-2.42770)	.23840
9	-.09785 (-3.09189)	.10873	-.08434 (-2.74678)	.15406
10	-.07296 (-3.15699)	.03577	-.08350 (-2.80737)	.07056
11	.00000	.03577	-.05748 (-2.78704)	.01308
12	....	....	.00000	.01308
$\sum_{i=0}^{T} \sum_{j=0}^{i} w_j$		2.00555		2.21242

Tableau I

Résultats de l'évaluation pour $y_t = \sum_{i=1}^{T} w_i \lambda_{t-1}$, T = 9, ...17,

1954-1969

T	R^2	R^{*2}	Σw_i
9	.2047	.6819	.19568
10	.2262	.6905	.10659
11	.2371	.6948	.03577
12	.2122	.6849	.01308
13	.1717	.6686	.01878
14	.1263	.6505	.05805
15	.1041	.6416	.07019
16	.0935	.6374	.06995
17	.0818	.6327	.04830

Le tableau II indique l'ensemble des coefficients de pondération obtenus pour T = 11 et T = 12; on en trouvera la représentation dans le graphique 6. Ces valeurs de T regroupent les R^2 les plus élevés, avec la somme des coefficients de pondération la plus proche de zéro. Pour les valeurs inférieures de T, les quelques premiers w sont négatifs; pour les valeurs supérieures de T, les R^2 sont nettement plus faibles et le schéma de pondération est différent de celui du graphique 4a ou du graphique 6 (les quelques premiers coefficients de pondération sont élevés et de signe positif). Ces valeurs de T indiquent qu'il faut environ trois ans pour qu'une variation du taux de

On normalise le taux de croissance de Y à l'aide du taux de 5.01 pour cent; le taux correspondant pour λ est 5.01 - 0.70 = 4.31 pour cent. En d'autres termes, si l'on utilise la notation de la section 2, on a

$$(4.5a\text{-}b) \qquad y = y' - y_L = y' - 5.01$$

$$\lambda = \lambda' - y_L + v_L = \lambda' - 5.01 + 0.70$$

LES RÉSULTATS POUR LES VARIATIONS DE LA PRODUCTION

Le tableau I indique les résultats de l'évaluation de w pour diverses valeurs de T, durée d'un décalage de la répartition. Bien que les valeurs de y soient calculées à partir de données désaisonnalisées, elles présentent un aspect saisonnier marqué (voir graphique 5); c'est pourquoi on a également inclus, sous le symbole R*2, le coefficient R^2 du y évalué d'après une moyenne mobile sur cinq trimestres[5].

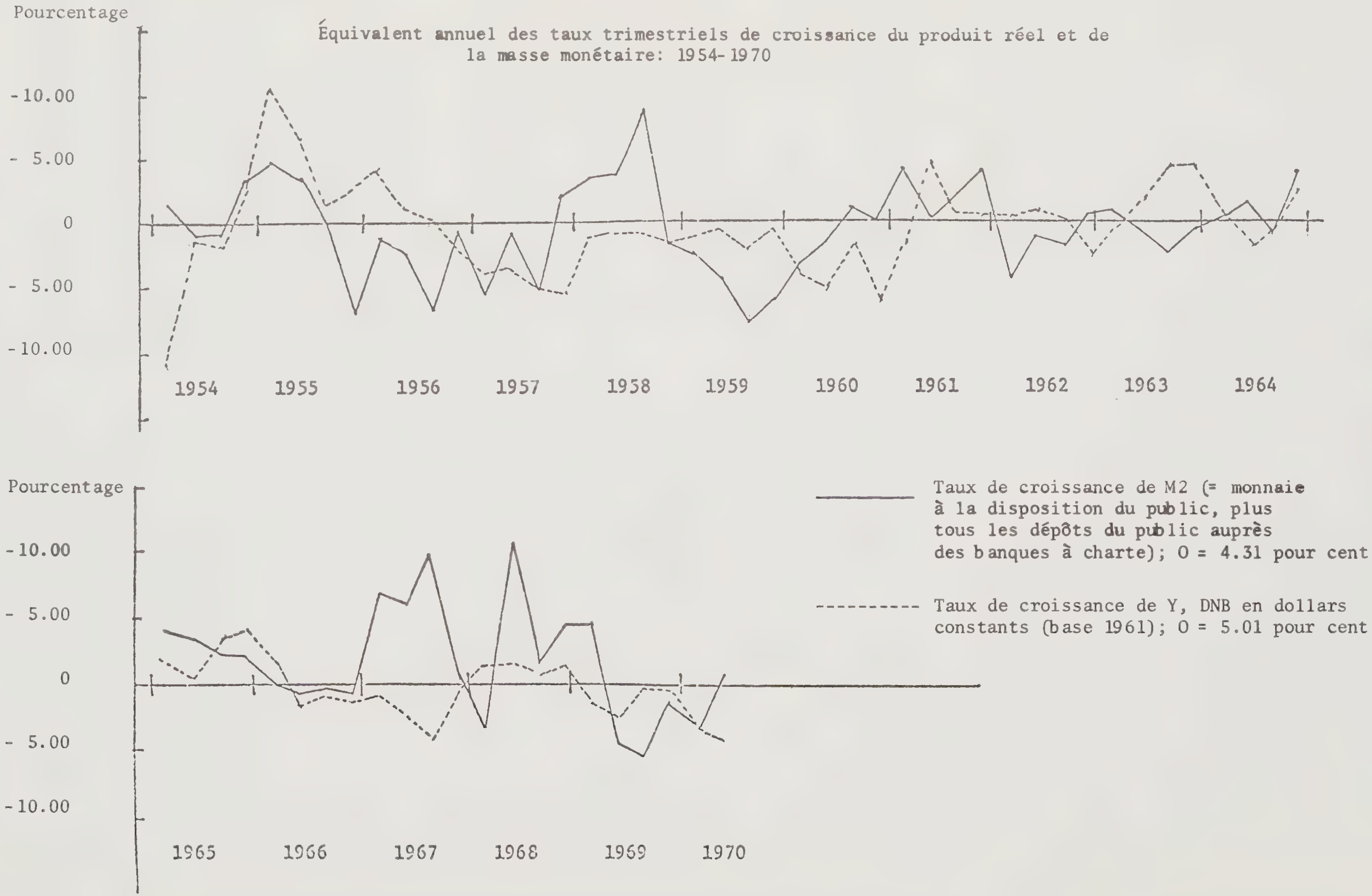
---

[5] On a effectué une régression des moindres carrés des écarts de y par rapport à sa moyenne mobile sur cinq trimestres, en fonction de variables de substitution saisonnières; les résultats se présentent comme suit (les rapports t sont indiqués entre parenthèses):

Trimestre	Coefficient saisonnier
I	-1.5043 (-1.8479)
II	-0.6932 (-1.6452)
III	1.9349 (2.2126)
IV	1.3768 (3.0252

Graphique 5

Équivalent annuel des taux trimestriels de croissance du produit réel et de la masse monétaire: 1954-1970



La période d'évaluation s'étend du premier trimestre de 1954 au quatrième trimestre de 1969 inclus. Au cours de ces 64 trimestres, M2 s'est accru d'un taux moyen annuel de 6.70 pour cent[4]. Le taux correspondant pour Y s'élève à 5.01 pour cent. La vitesse de rotation de la monnaie s'est accélérée en moyenne de 0.70 pour cent par an. Par conséquent, le taux de croissance du coefficient de déflation synthétique des prix devrait être: 6.70 + 0.71 - 5.01 = 2.40 pour cent; ce chiffre correspond effectivement à l'évaluation obtenue.

---

3 (suite)
appellerons $\hat{y}(t)$, est liée au calcul de $y(t)$ ci-dessus comme suit. Nous remarquons que

$$y(t) \cong \left\{\left(\frac{Y(t+1)+Y(t)}{2}\right) - \left(\frac{Y(t) + Y(t-1)}{2}\right)\right\}/Y(t)$$

$$\cong \frac{1}{2} \quad \frac{Y(t+1) - Y(t)}{Y(t)} + \frac{Y(t) - Y(t-1)}{Y(t)}$$

$$\cong \frac{1}{2}\hat{y}(t+1) + \frac{1}{2}\hat{y}(t).$$

Par conséquent, pour toute valeur initialement donnée de $\hat{y}$, on peut calculer $\hat{y}$ de manière récursive à partir de y:

$$\hat{y}(t+1) \cong 2y(t) - \hat{y}(t)$$

Pour la période 1954-1969, la régression a fourni les résultats suivants:

$$\hat{y}(t+1) = \underset{(9.4446)}{0.6394} - \underset{(67.8769)}{2.1626}y(t) - \underset{(648.6800)}{1.0076}\hat{y}(t)$$

$$R^2 = 0.9870$$
$$\hat{s} = 0.5396$$

[4]Tous les taux de croissance sont exprimés en nombre de points procentuels; par exemple, 0.05 s'écrit 5.00. Pour simplifier la description, nous avons arrondi les taux au dixième de point procentuel le plus proche. On a calculé les taux à long terme à partir des régressions linéaires logarithmiques utilisant des données trimestrielles. Tous les taux de croissance trimestriels sont exprimés par les taux annuels équivalents, selon la formule

$$(1 + r_a) = (1 + r_q)^4 ,$$

où r_a et r_q représentent respectivement les taux annuels et trimestriels.

d'Almon (cf. réf. no 1) pour un polynôme du troisième degré afin d'évaluer les w.

Nous avons eu recours à deux définitions de M: (i) la monnaie dont dispose le public, plus les dépôts à vue (M1); et (ii) les mêmes postes, plus tous les autres dépôts dans les banques à charte (M2). On exclut dans chaque cas les dépôts gouvernementaux. Les résultats obtenus avec la variables M2 se sont toujours avérés supérieurs; ce sont donc ces résultats que nous examinerons. Puisque des données mensuelles sont disponibles, on a calculé les taux de croissance trimestriels en effectuant des régressions linéaires logarithmiques pour chaque période de trois mois.

On utilise comme mesure de la production la DNB exprimée en dollars constants (base 1961)[2]. En supposant que Y(t) est la valeur trimestrielle moyenne du PNB (centrée au milieu du trimestre), on calcule le taux de croissance trimestriel comme suit:

$$(4.3) \quad y(t) = \frac{DY(t)}{Y(t)} \cong \frac{Y(t + \frac{T_q}{2}) - Y(t - \frac{T_q}{2})}{Y(t)}$$

où T_q représente la durée du trimestre. Si on développe le second membre de (4.3) en puissances de T_q, on obtient

$$(4.4) \quad y(t) \cong \frac{DY(t)}{Y(t)}\frac{T_q}{2} + \frac{D^2Y(t)}{Y(t)}\frac{T_q^2}{8}$$

$$+ \frac{DY(t)}{Y(t)}\frac{T_q}{2} - \frac{D^2Y(t)}{Y(t)}\frac{T_q^2}{8} - O(T_q^3)$$

$$\cong \frac{DY(t)}{Y(t)}T_q - O(T_q^3)$$

et l'approximation fournie par le second membre de (4.3) est donc exacte jusqu'aux termes du second degré[3]. Les valeurs extrêmes $Y(t + T_q/2)$ et $Y(t - T_q/2)$ sont obtenues en intrapolant linéairement les Y (t) successifs.

---

[2]Les données sont extraites des Comptes nationaux révisés.

[3]La méthode plus courante de calcul du taux de croissance comme correspondant à Y(t) - Y(t-1) /Y(t), que nous

Chapitre quatre

RÉSULTATS DES ESTIMATIONS

À partir des résultats du chapitre trois, nous pouvons écrire l'équation de forme réduite, pour y, de manière distincte

$$y_t = \sum_{t=o}^{\infty} w_i \lambda_{t-i} , \tag{4.1}$$

dont la forme est celle de la courbe figurant dans le graphique 4a. En particulier, nous avons $w_o = 0$, $\lim_{i \to \infty} w_i = 0$, et $\Sigma w_i = 0$. Si on arrête la répartition chronologique à un certain instant T pour lequel $w_{T-j} \cong 0$, avec $j \geqslant 0$, nous avons

$$y_t \cong \sum_{i=1}^{T} w_i \lambda_{t-i} \tag{4.2}$$

Un polynôme du troisième degré dont les racines sont comprises entre 0 et w_t fournit la forme désirée de la répartition des décalages[1]. Nous utiliserons donc la méthode

---

[1]Si les solutions de (3.1) impliquent des racines complexes, la réaction induite traversera plus d'une fois l'axe des abscisses. Nous avons donc utilisé des polynômes du quatrième et du cinquième degré, mais les résultats obtenus se sont avérés moins satisfaisants.

$$(3.5) \quad \Pi(t) = \gamma_1 \int_0^t \phi\,(t - \tau)D^2\,\lambda(\tau)\,d\tau$$
$$+ (\alpha + \gamma_2)\gamma_1 \int_0^t \phi(t - \tau)D\lambda(\tau)d\tau$$
$$+ \alpha\gamma_2\gamma_1 \int_0^t \phi(t - \tau)\lambda(\tau)d\tau$$

Il est intéressant de remarquer le point suivant: (3.5) implique que le comportement de l'inflation ne dépend pas seulement des variations passées de la masse monétaire, mais également de leur caractère imprévisible. Ainsi, par exemple, au cours de la période de transition subséquente à l'établissement d'un taux d'expansion monétaire constant, le comportement de l'inflation varie selon que le nouveau taux d'augmentation de la masse monétaire est plus ou moins différent de l'ancien. Maurice Allais (cf. réf. no 2) a prétendu que les relations de répartition des décalages devraient tenir compte de la vitesse avec laquelle les variables explicatives de la répartition des décalages se modifient. L'équation (3.5) représente une formulation de cette idée.

Ainsi, le taux de croissance à court terme de la production est réellement fonction des <u>variations</u> du taux de croissance de M. Un taux d'expansion monétaire constant n'exerce pas d'effet durable sur le taux de croissance; une augmentation permanente du taux de croissance exige une accélération constante de M.

Cependant, la plupart des études concernant le rapport entre les variations de la production et de la masse monétaire utilisent le taux de croissance (ou des différences de premier ordre de forme distincte) de M comme la variable explicative. Nous nous conformons à cet usage et utilisons donc λ plutôt que $D\lambda$ comme l'intrant de l'équation du taux de croissance de la production. C'est pourquoi la fonction de répartition chronologique des décalages est $D\phi$ et non ϕ; dans une certaine mesure, les degrés des dérivées de cette fonction et l'intrant sont interchangeables.

LE COMPORTEMENT À COURT TERME DE L'INFLATION

Par ailleurs, le taux d'inflation dans des conditions statiques est fonction de λ. Dans ce cas, nous pouvons donc utiliser ϕ comme fonction de répartition chronologique des décalages si nous continuons à utiliser λ comme intrant. Toutefois, en courte période, Π n'est pas seulement fonction de λ mais aussi de $D\lambda$ et $D^2\lambda$, c'est-à-dire des dérivées première et seconde du taux d'expansion de la masse monétaire. Avec une variable t suffisamment grande pour que l'on ne puisse pas négliger les conditions initiales, la solution générale est[4]

---

[4]Seule une solution en λ est possible; on l'obtient en intégrant partiellement (3.5). Elle comporte un inconvénient: il est difficile de définir la forme de la fonction de répartition chronologique des décalages. En outre, l'évaluation de (3.5) offre une occasion d'estimer α et γ_2.

Une troisième possibilité consiste à estimer Π comme une régression linéaire dans les intégrales de λ et les dérivées de ϕ plutôt que l'inverse - comme c'est le cas dans (3.5). Nous avons essayé d'appliquer cette méthode, mais la multi-colinéarité rendait les résultats **aberrants**

maximale de y au moment t_1. D'un autre côté, un accroissement permanent de λ se traduit par une valeur maximale de y au moment t_2. Une politique d'expansion en deux temps de la masse monétaire entraînerait un décalage encore plus prononcé et, à la limite, une politique d'accélération constante de λ prolongerait sans fin le décalage[2]. Avec une telle politique, la courbe de Phillips à long terme serait une courbe décroissante; l'asymptote verticale de sa section gauche correspondrait à la somme cumulative de la réaction de y à une augmentation sans lendemain de λ (voir note 6). On obtient pour ainsi dire les accroissements du taux de croissance en accélérant l'inflation; et la hausse du taux de croissance que l'on peut réaliser par ce procédé une limite de grandeur finie[3].

---

[2]Tanner a exposé cette remarque à propos de la variable de décalage (cf. réf. no 18), et en a calculé plusieurs exemples. On peut parvenir à l'observation concernant le besoin d'une accélération de l'inflation en intégrant partiellement (3.3) afin d'obtenir

$$\int_0^t D\phi\lambda d\tau = \lambda(t)\phi(0) - \lambda(0)\phi(t) + \int_0^t \phi D\lambda d\tau$$

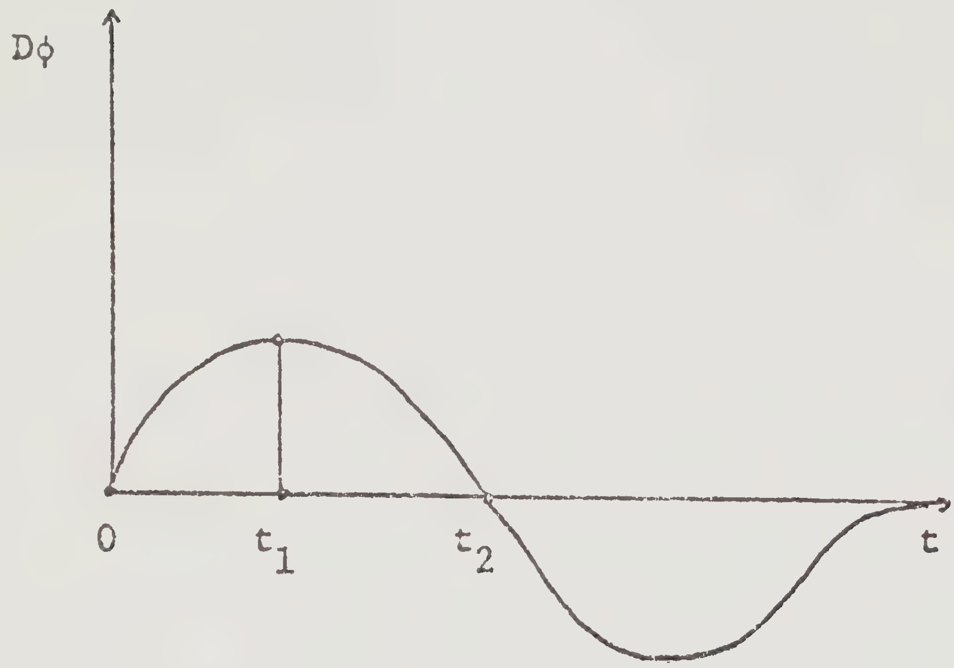
$$= \overline{D\lambda}\int_0^t \phi d\tau \ ,$$

en supposant une valeur initiale nulle pour λ et en utilisant $\phi(0)=0$. Remarquons que $\int_0^t \phi$ croît régulièrement par rapport à t. En considérant le facteur de proportionalité, $y(t)$ a pour limite

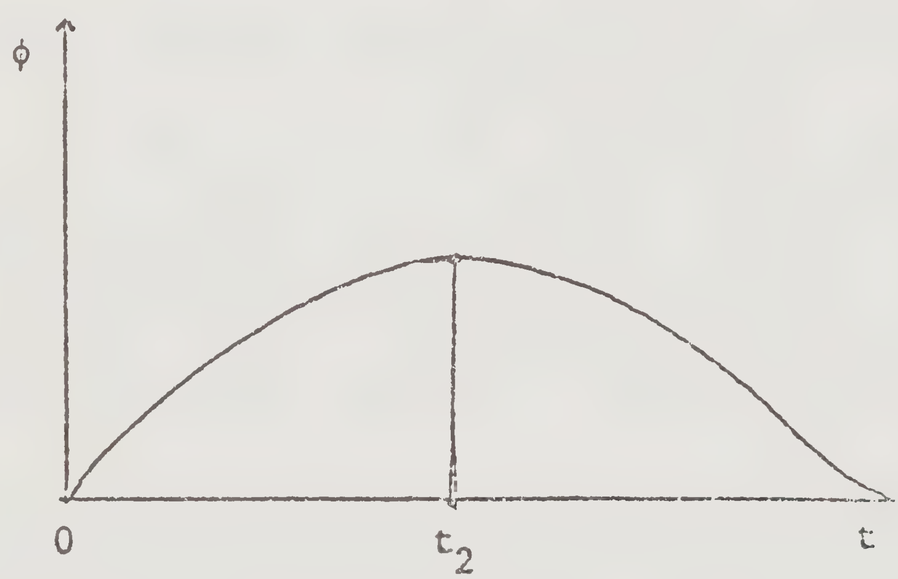
$$\lim y(t) = (\varepsilon_2/\alpha)\overline{D\lambda} \qquad t \to \infty.$$

Ce résultat concorde avec nos suppositions. Par conséquent, plus les attentes s'ajustent rapidement (plus α est grand), moins l'inflation fait monter la production. D'un autre côté, plus l'élasticité de la production, ε_2, est élevée, plus forte est la réaction du taux de croissance aux variation de l'inflation.

[3]Si le premier effet de l'expansion monétaire est intégré dans les attentes, même ce type de politique ne peut produire une hausse permanente du taux de croissance. Il est vrai que les attentes sont pour ainsi dire en retard d'un effet, d'où des variations transitoires de la production; le degré de la dérivée de λ effectivement utilisée pour calculer Π^* est sans importance.



Graphique 4a



Graphique 4b

VARIABILITÉ DU DÉCALAGE ET L'HYPOTHÈSE D'ACCÉLÉRATION

Remarquons que, si l'on mesure le décalage masse monétaire-revenu par la période écoulée entre une variation du taux de croissance de M et une valeur maximale du taux de croissance de Y, les graphiques 4a et 4b indiquent qu'une variable de décalage peut exister, même pour une fonction de répartition chronologique des décalages. Par exemple, une augmentation momentanée de λ se traduit par une valeur

La solution générale pour y est (en supposant, pour des raisons de simplicité, des conditions initiales nulles, ou bien en considérant y comme une déviation par rapport à sa tendance chronologique, correspondant à une perturbation du comportement de λ):

$$y\,(t) = \gamma_1\,\gamma_2\,\varepsilon_2 \int_0^t D\phi\,(t-\tau)\,\lambda\,(\tau)\,d\tau \tag{3.3}$$

Pour des raisons qui s'expliqueront lors de l'étude de la détermination de Π, nous préférons exprimer la fonction de répartition chronologique des décalages comme la dérivée de Φ. Cette fonction $D\phi$ correspond à ce que les ingénieurs appellent la <u>réaction induite</u>; en effet, elle indique la réaction de y (sauf pour le facteur proportionnel $\gamma_1\gamma_2\varepsilon_2$) à un intrant transitoire à l'instant $t = 0$. En économie, on retrouve par exemple ce type de fonction lors de l'analyse du multiplicateur pour une variation du niveau des investissements au cours d'une période.

On verra dans l'annexe que $D\phi$ a une forme identique à celle de la courbe du graphique 4a. Selon cette configuration, une accélération temporaire du taux de croissance de la masse monétaire, par exemple, entraîne une augmentation du taux de croissance de la production puis sa diminution, jusqu'à ce qu'il devienne finalement inférieur au taux de croissance à long terme (représenté par l'axe des abscisses dans le graphique 4a). Enfin, le taux de croissance s'accélère jusqu'à ce qu'il redevienne conforme au taux à long terme.

ϕ indique la réaction de y à une variation unique de λ; ϕ représente ce que les ingéneiurs appellent la <u>réaction de transition</u>. Le cheminement chronologique de la réaction de la production globale à une accroissement permanent des investissements en est l'exemple. On trouvera la représentation de la réaction de transition pour y dans le graphique 4b. Sa forme dépend bien entendu de celle de la réaction induite apparaissant en 4a. En outre, l'hypothèse de la neutralité associée aux constantes implique que

$$\lim \phi(t) = 0\ , \quad t \to \infty \tag{3.4}$$

Cette égalité signifie que $D\phi$ est symétrique par rapport à l'axe horizontal, c'est-à-dire que la somme des coefficients de répartition des décalages est nulle.

$$\bar{\Pi} = \bar{\lambda} \qquad (3.2a\text{-}c)$$

$$\bar{y} = 0$$

$$\bar{\Pi}^* = \bar{\lambda}$$

La solution à long terme pour Π se caractérise par ce que l'on a appelé la <u>conformité de constantes</u> (17): dans des conditions d'équilibre à long terme où la masse monétaire croît à un taux constant, les valeurs nominales (représentées ici par λ) augmentent au même rythme constant.

La solution à long terme pour Π^* a la même propriété. Si Π reste constant pendant assez longtemps, il semble raisonnable de supposer que les taux prévus convergent vers Π. Ceci représente l'une des conditions habituelles de ce que l'on appelle les "prévisions rationnelles" (cf. réf. no 13). Donc, dans des conditions d'équilibre à long terme, nous avons $\bar{\Pi}^* = \bar{\Pi} = \bar{\lambda}$. Ou bien, si l'on interprète Π^* comme le taux de croissance des salaires nominaux, la condition de compatibilité des constantes implique que $\bar{\Pi}^* = \bar{\lambda}$.

Enfin, la solution pour y dans des conditions constantes suggère que le taux de croissance à long terme de la production est indépendant du comportement de la masse monétaire: on retrouve, exprimée en termes de taux de croissance, la notion courante de neutralité[1].

LES VARIATIONS À COURT TERME DE LA PRODUCTION

Toutefois, au cours du passage d'un ensemble de conditions constantes à un autre, y ne reste pas toujours nul.

---

[1]Une augmentation de Π^* induite par une variation de λ réduit la quantité des soldes réels et leurs augmentations futures. Si les équilibres réels figurent dans la fonction de production, le premier effet se traduit par une diminution du <u>niveau</u> de la production. Le deuxième effet entraîne un accroissement de l'accumulation de capital; mais, dans le contexte d'un modèle néo-classique de croissance, il n'affecte pas le <u>taux</u> de croissance à long terme de la production.

Chapitre trois

LA RELATION ENTRE LA MASSE MONÉTAIRE, LES PRIX ET LA PRODUCTION

On trouvera en (3.1a-c) le système complet d'équations. Les propriétés formelles de la solution de (3.1) sont décrites dans l'annexe. Le résultat le plus important est que Π, y et Π^* sont chacun fonction des taux de croissance passés de la masse monétaire (chacune des variables est une solution d'une équation différentielle non homogène exprimée par rapport à λ).

$$D\Pi = \gamma_1[\lambda - \varepsilon_1 y - \Pi] + \gamma_3[\Pi^* - \Pi] \tag{3.1a-c}$$

$$Dy = \gamma_2[\varepsilon_2(\Pi - \Pi^*) - y]$$

$$D\Pi^* = \alpha[\Pi - \Pi^*]$$

Le système (3.1) est stable. Les solutions à long terme assurant un taux constant d'expansion monétaire de λ nous sont données par:

$$D\Pi = \gamma_1[\lambda - \varepsilon_1 y - \Pi] + \gamma_3[\Pi^* - \Pi] \; . \tag{2.15}$$

Ainsi, par exemple, lorsque les taux d'inflation prévus s'avèrent supérieurs au taux réel, ce qui se traduit par de forts taux d'accroissement des salaires nominaux, l'équation (2.15) implique que les entreprises transfèrent à d'autres agents économiques une partie de cette augmentation. Toutefois, le taux d'inflation soutenable nous est fourni par le premier terme de (2.15). Si le mécanisme de l'inflation par les coûts pousse Π a un niveau trop élevé, la dépense s'en trouvera limitée du fait de la diminution des équilibres de biens réels; et ceci tendra à faire baisser le taux de l'inflation. Bien entendu, dans une situation d'équilibre à long terme, les taux anticipés réels de l'inflation seront égaux à ce taux commun. Par conséquent, les coûts n'exerceront aucune pression tendant à éloigner Π du taux d'équilibre de la croissance des prix ($\Pi = \lambda - \varepsilon_1 y = \lambda$).

Bien que nous ayons exprimé l'ajustement quantitatif en termes de réaction de l'offre, on peut aussi interpréter l'équation (2.13) du point de vue des conditions de la demande. Par exemple, l'identité (2.5) nous indique que l'excédent de la demande, représenté par $\lambda - \varepsilon_1 y$, fait croître le taux d'augmentation des prix, Π. Etant donné que Π est inclus dans (2.13), cet excédent se traduit également, d'abord par une hausse du taux souhaité de croissance de la production et finalement, par une augmentation du taux réel de croissance. À l'inverse, lorsque $\lambda - \varepsilon_1 y$ est négatif, Π diminue et le taux de croissance de la production en fait autant[3].

LES DERNIERS ÉLÉMENTS DU MODÈLE

Enfin, nous complétons notre système d'équations en supposant valable le modèle courant d'adaptation des attentes pour la détermination des prix (ou des salaires) prévus:

(2.14) $$D\Pi^* = \alpha[\Pi - \Pi^*], \qquad \alpha > 0 .$$

Comme nous l'avons remarqué précédemment, nous devons apporter une modification à l'équation d'ajustement des prix (2.5). Telle qu'elle se présente, cette équation exprime l'effet des pressions de la demande sur le taux de l'inflation. Cependant, on estime fréquemment que les hausses des coûts, et en particulier des salaires, tendent à faire monter les prix. Afin d'inclure cette hypothèse d'inflation par les coûts dans notre modèle, nous avons eu recours à une méthode très simple, consistant à ajouter un terme γ_3 $(\Pi^* - \Pi)$ à l'équation (2.5); l'équation d'ajustement des prix devient alors:

---

[3]Siegel (17) a fait remarquer que si l'on écrit:

(2.13.a) $$\Pi = F(x) + \Pi^*$$

$$y = G(x) ,$$

où x représente une certaine évaluation de la demande excessive, mesuré dans notre cas par $\lambda - \varepsilon_1 y$; et si on suppose alors qu'il existe une fonction inverse de F(x), on peut écrire:

(2.13.b) $$y = G(F^{-1}(\Pi - \Pi^*))$$

Par conséquent, la formulation de (2.12) est non seulement compatible avec les variations de la production déterminées par l'offre, mais aussi avec celles causées par la demande.

(2.10)

$$dL^d = \partial L^d/\partial\omega \cdot d\omega$$

$$= (\partial L^d/\partial\omega)[w - \Pi]\omega$$

$$= (\partial L^d/\partial\omega)[\Pi* - \Pi]\omega$$

en supposant que le salaire nominal exigé s'élève conformément au taux d'inflation anticipé. Étant donné que $dY = (\partial Y/\partial L)dL$, où Y représente la production réelle, on peut exprimer la variation à court terme de la production correspondant à la modification souhaitée de l'emploi comme

(2.11)

$$dY^d = (\partial Y/\partial L)dL^d$$

$$= (\partial Y/\partial L)\frac{\partial L^d}{\partial\omega}\,\omega(\Pi* - \Pi)\ .$$

On peut calculer la variation à court terme souhaitée de la production, y^d, en fonction du niveau réel de la production, Y:

(2.12)

$$y^d = \frac{dY^d}{Y} = \frac{1}{Y}\frac{\partial Y}{\partial L}\frac{\partial L^d}{\partial\omega}\,\omega[\Pi* - \Pi]$$

$$= \frac{L}{Y}\frac{\partial Y}{\partial L}\frac{\partial L^d}{\partial\omega}\frac{\omega}{L}\,[\Pi* - \Pi]$$

$$y^d = -\varepsilon_2(\Pi* - \Pi)$$

où ε_2 représente la valeur absolue de l'élasticité de la production par rapport au salaire réel. Soit y le taux réel de croissance (à court terme), on peut écrire l'équation d'ajustement partiel de la production comme suit:

(2.13)

$$Dy = \gamma_2[y^d - y]$$

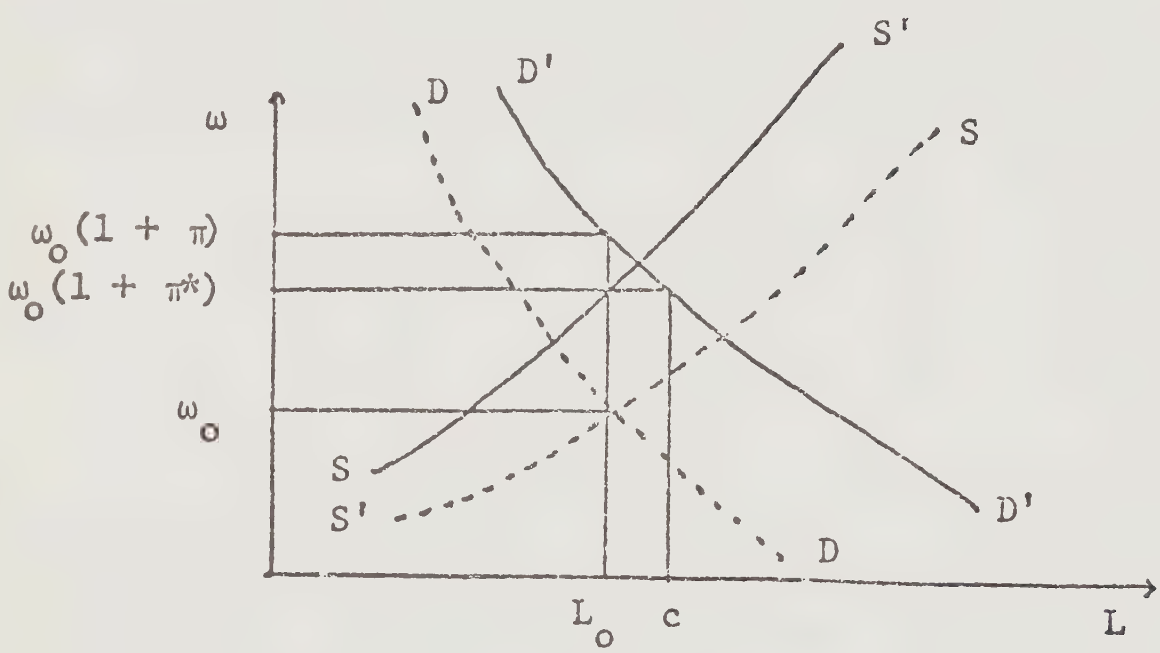
$$Dy = \gamma_2[-\varepsilon_2(\Pi* - \Pi)\ , \quad \gamma_2 > 0.$$

nominaux s'accroissent d'un taux w, le salaire réel augmentera de $w\omega_o$. Par conséquent, pour que le salaire réel reste constant, il faut:

$$w = \Pi^*. \tag{2.9}$$

A la courbe SS correspond donc une courbe S'S' qui intègre l'effet de la hausse des salaires nominaux exigée sur le prix d'offre, en termes de salaires réels.

Dans le graphique 3, on suppose que le taux anticipé de l'inflation est en retard par rapport au taux réel, c'est-à-dire que $\Pi > \Pi^*$. Ce serait par exemple le cas au début d'une période de transition vers un taux d'inflation supérieur.

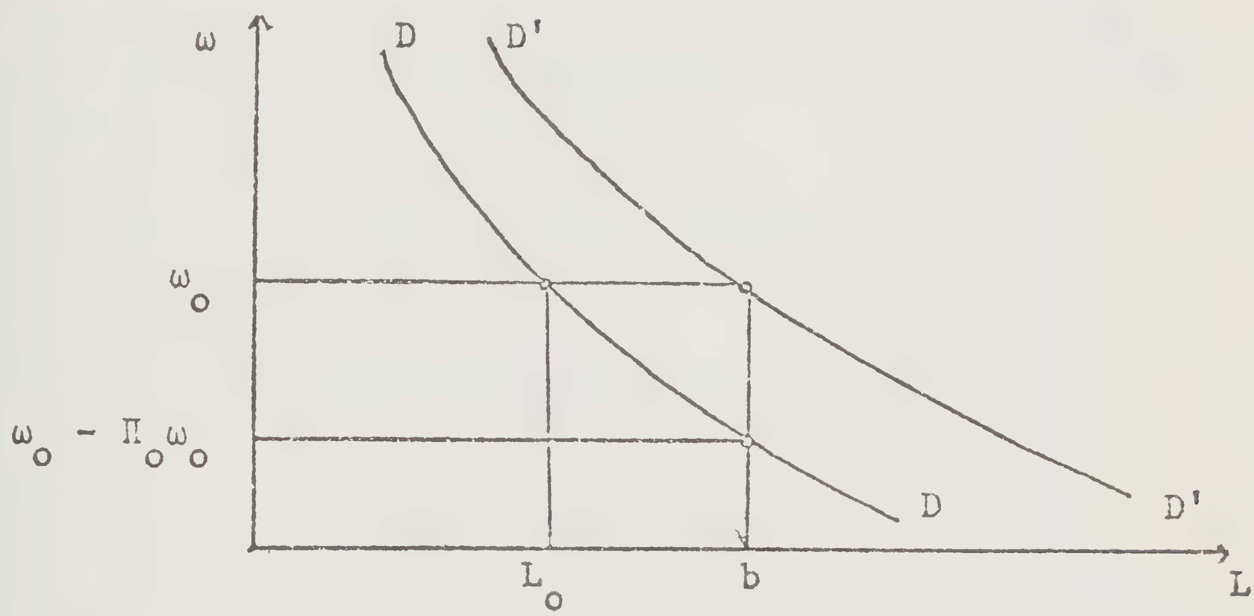


Graphique 3

On peut voir que même si les salaires nominaux exigés s'élevaient d'un taux Π^*_0, il y aurait encore un excédent de la demande pour la main-d'oeuvre correspondant à L_oc. On peut considérer cette grandeur comme l'accroissement souhaité de l'emploi, qui correspond à une augmentation désirée de la production. Nous supposons de nouveau que l'ajustement n'est pas immédiatement total, mais dépend plutôt de l'écart entre les taux de variation souhaité et réel de la production. Soit L^d la demande pour la main-d'oeuvre, on a:

variation des prix anticipés agissent sur l'offre: les travailleurs s'en servent pour calculer leurs salaires réels futurs et, par conséquent, l'ampleur des hausses exigées pour les salaires nominaux. Pour des raisons de simplicité, nous supposons que le taux de croissance des salaires nominaux exigé est égal au taux d'augmentation des prix anticipé, Π^*; cette hypothèse est valable tant que le rapport s'élève régulièrement.

Dans le graphique 2, on a représenté la demande et l'offre de main-d'oeuvre (DD et SS) en fonction du salaire réel. W_o représente le salaire réel courant. Soit Π_o le taux d'inflation, la variation du salaire réel est $W_o\Pi_o$; cette variation entraîne une augmentation de L_ob de la quantité de main-d'oeuvre demandée. On peut le démontrer également en traçant une nouvelle courbe de demande, D'D', qui indique pour chaque salaire réel et chaque taux d'inflation l'accroissement de la demande pour la main-d'oeuvre. Il existe évidemment une courbe D'D' différente pour chaque taux d'inflation.



Graphique 2

On peut effectuer le même type d'analyse pour l'offre. Dans ce cas, le prix d'offre de la main-d'oeuvre en termes de salaire nominal s'élève pour contrebalancer la diminution des salaires réels anticipée à partir des taux d'inflation prévus. Ainsi, par exemple, si Π^* représente le taux d'inflation anticipé, la diminution prévue du salaire réel correspond à Π^*W_o. D'un autre côté, si les salaires

On devrait donc avoir

$$\frac{\partial D\Pi}{\partial[v^d - v']} = \frac{\partial D\Pi}{\partial[\lambda - \varepsilon_1 y - \Pi]} = \gamma_1 > 0 , \tag{2.8}$$

ce qui est conforme à (2.5). Enfin, dans des conditions d'équilibre à long terme, $y = 0$, $\Pi = \bar{\Pi} = \lambda$, et donc $v^d = v'$.

LES VARIATIONS À COURT TERME DE LA PRODUCTION

Nous ajouterons un autre élément à (2.1); mais auparavant nous décrirons l'équation d'ajustement correspondante pour la production. Pour cette équation, nous nous intéressons au comportement des coûts en main-d'oeuvre, qui représentent l'essentiel des coûts de production totaux. Nous supposons que les modifications des salaires réels affectent la rentabilité de la production et conduisent à des ajustements de celle-ci[2]. Ces modifications des salaires réels résultent de la différence entre le taux de variation des prix et le taux de variation anticipé. Le premier taux se rapporte à la demande sur le marché du travail; toutes choses restant égales par ailleurs, plus le taux d'augmentation des prix est élevé, plus la baisse du salaire réel est prononcée. D'un autre côté, les taux de

---

[2]Il ne s'agit pas là de la seule explication possible des variations à court terme de la production. Nous cherchons plus à établir (i) un rapport positif entre les taux de variation des prix et de la production et (ii) un effet de retour négatif des taux de variation des prix - ou des salaires - anticipés, qu'à choisir telle ou telle explication. Le premier rapport cerne l'élément essentiel de la courbe de Phillips et fournit le lien entre les fluctuations de la quantité de monnaie et de la production. Le second concerne l'espèce d'instabilité à long terme de la courbe de Phillips dont Phelps et Friedman ont prétendu l'existence. Il est également compatible avec l'explication de Alchian qui exprime les variations à court terme du chômage en fonction des coûts inhérents à la recherche d'un emploi (1).

s'écrire:

$$(2.4) \qquad \lambda = \lambda' - y_L + v_L \ .$$

Nous utiliserons le modèle bien connu d'ajustement partiel pour tenir compte du fait que le taux de croissance des prix ne s'ajuste pas instantanément au taux $\bar{\Pi}$ pour lequel le marché monétaire retrouverait son équilibre:

$$(2.5) \qquad D\Pi = \gamma_1\{\lambda - \varepsilon_1 y - \Pi\}, \ \gamma_1 > 0.$$

où D est le symbole de la différentielle d()/dt, Π le taux réel d'augmentation des prix et γ_1 le paramètre d'ajustement.

On peut interpréter (2.1) en termes d'ajustement d'équilibres effectifs des biens réels aux équilibres désirés des mêmes biens. Ici encore, nous supposons que les déséquilibres causés par des modifications du taux de croissance de M ne se trouvent pas corrigés immédiatement par des variations importantes des dépenses. Soit v^d le taux de variation souhaité de la vitesse de rotation de la monnaie; v^d s'exprime:

$$(2.6) \qquad v^d + m^d \equiv y_L$$

De même, le taux réel de croissance de cette vitesse, v', s'écrit

$$(2.7) \qquad v' + \lambda' = \Pi + y.$$

Donc

$$(2.7') \qquad v^d - v' = \lambda' - m^d - \Pi$$

$$= \lambda - \varepsilon_1 y - \Pi \ .$$

L'écart entre le taux souhaité et le taux réel de variation de la vitesse de rotation de la monnaie nous est donc également fourni par $\lambda - \varepsilon_1 y - \Pi$. Si, par exemple, le taux souhaité est supérieur au taux réel, les équilibres réels s'accroissent plus rapidement que voulu. Les dépenses vont alors augmenter dans le but de corriger le rapport trop élevé entre les équilibres réels et les revenus, ce qui entraînera des pressions à une hausse plus rapide des prix.

ce qui concerne l'effet sur les prix, ou plus précisément sur le taux de variation des prix ou le taux d'inflation, on suppose que les taux de variation des prix s'ajustent non pas instantanément, mais plutôt par étapes, au taux pour lequel l'équilibre financier sera restauré. Par conséquent, à très court terme, les fluctuations de prix ne correspondront qu'en partie aux variations de la dépense (demande) qui seront complétées par l'épuisement des stocks, le rationnement et tout autre changement à venir de la production.

Si λ' représente le taux de croissance de M, et m^d le taux de croissance de la demande pour les actifs réels, le taux de croissance des prix, $\bar{\Pi}$, pour lequel le marché financier reste en équilibre, s'écrit alors:

$$\bar{\Pi} = \lambda' - m^d \tag{2.1}$$

Puisque nous nous intéressons aux variations à court terme de la croissance de la production par rapport à sa tendance à long terme, nous avons,

$$m^d = \varepsilon_1' y_L + \varepsilon_1 y \tag{2.2}$$

où ε_1' et ε_1 représentent les élasticités à long et à court terme de la demande pour les actifs réels, et y_L et y les taux de croissance correspondants de la production réelle[1]. En exprimant le taux de croissance de M par rapport à la croissance à long terme de la demande pour les biens réels, nous obtenons:

$$\bar{\Pi} = \lambda' - \varepsilon_1' y_L - \varepsilon_1 y \tag{2.3}$$

$$\bar{\Pi} = \lambda - \varepsilon_1 y$$

où $\lambda = \lambda' - \varepsilon_1' y_L$. Puisque, à long terme, $y = 0$, et $\bar{\Pi} = \lambda' - y_L + v_L$ où v_L représente le taux de variation à long terme de la vitesse de rotation de la monnaie, λ peut

---

[1]Si nous supposons que ces élasticités à court et long terme correspondent aux élasticités de la demande pour les biens réels par rapport aux revenus permanents et transitoires, ε_1 devrait être très faible, sinon nul.

Chapitre deux

LE MODÈLE STRUCTUREL

Notre analyse se fonde sur une hypothèse fondamentale: les déséquilibres du système macroéconomique ont pour origine des fluctuations du taux auquel la masse monétaire augmente ou diminue. En d'autres termes, le comportement de l'expansion de la masse monétaire, M, représente le moteur du système; ou, en termes d'analyse dynamique, le taux de croissance de M est la <u>fonction dominante</u>.

Ces variations non anticipées du taux de croissance de M se traduisent par des déséquilibres financiers; les tentatives en vue de restaurer l'équilibre entraînent à leur tour des modifications des dépenses. L'effet de ces modifications sur les flux de production peut s'exercer avec un retard considérable car, de manière caractéristique, les variations des dépenses affectent d'abord les actifs financiers, puis les actifs réels et enfin le flux des produits courants (cf. réf. no 8).

LES DÉTERMINANTS DE L'INFLATION

La modification des dépenses affectées aux produits exercera habituellement des effets de quantité et de prix. Nous examinerons plus loin l'effet sur les quantités. En

de croissance de la production et les fluctuations du taux de variation des prix au taux d'expansion de la masse monétaire.

Par sa structure notre modèle s'apparente à celui dit de la St. Louis Federal Reserve (cf. réf. no 5), hormis le fait qu'il est exprimé en termes de taux de croissance plutôt que de différences de premier ordre des données. Les deux modèles fournissent un fondement logique aux équations de forme réduite caractéristiques des théories monétaristes[1]. Ils se distinguent toutefois en ce que nous utilisons le caractère structurel de notre modèle pour déduire la configuration des décalages répartis dans les équations de forme réduite. Nous verrons que l'évaluation produit les meilleurs résultats lorsque l'on impose aux distributions des décalages leurs configurations prévues.

Les propriétés formelles de notre modèle sont indiquées en annexe; on trouvera un résumé des principaux résultats dans le chapitre 3. Dans le chapitre 4, on examinera les problèmes d'évaluation et les résultats obtenus. Le chapitre 5 contiendra un résumé de notre étude et quelques conclusions préliminaires concernant l'effet de contrôles des salaires sur le modèle.

---

[1]Subséquemment à la rédaction de cette étude, j'ai eu l'occasion de prendre connaissance d'un document préparé par Andersen et Karnosky (cf. réf. no 4) pour la St. Louis Bank: on y estime, pour les Etats-Unis, des équations de forme réduite identiques à celles présentées ici. Il est intéressant et, au moins pour nous, rassurant, de constater que Andersen et Karnosky parviennent à des résultats très voisins de ceux présentés dans cette étude.

Bien entendu, au vu de la similitude frappante des résultats obtenus pour les États-Unis et pour le Canada, on peut se demander dans quelle mesure la masse monétaire représente un facteur exogène au Canada. Nous ignorerons ce problème, mais il n'est que trop juste de souligner que les variations de la masse monétaire peuvent jouer le rôle de variable-substitut pour d'autres facteurs qui sont en fait les véritables déterminants des fluctuations de la production et des prix.

La controverse relative à la courbe de Phillips est liée à une autre question importante, à savoir comment les variations de la valeur nominale de la production se répartissent en fluctuations de la production réelle et en modifications des prix. S'il existe un rapport entre les variations de la production et les fluctuations de l'inflation, le problème se résume à l'identification de la cause de l'inflation. On devrait souligner que l'aspect intéressant du problème est ici encore la répartition entre des fluctuations à court terme de la production et des taux de variation des prix. On s'entend généralement sur les causes de la croissance à long terme de la production: l'augmentation de la main-d'oeuvre et des capitaux, et le progrès technique. Une fois que l'on a défini la croissance à long terme du revenu (et peut-être le comportement d'un certain ensemble de taux d'intérêts), on connait l'évolution à long terme de la vitesse de rotation de la monnaie; ces deux facteurs, conjugués au taux d'expansion à long terme de la masse monétaire, déterminent le taux à long terme de l'inflation.

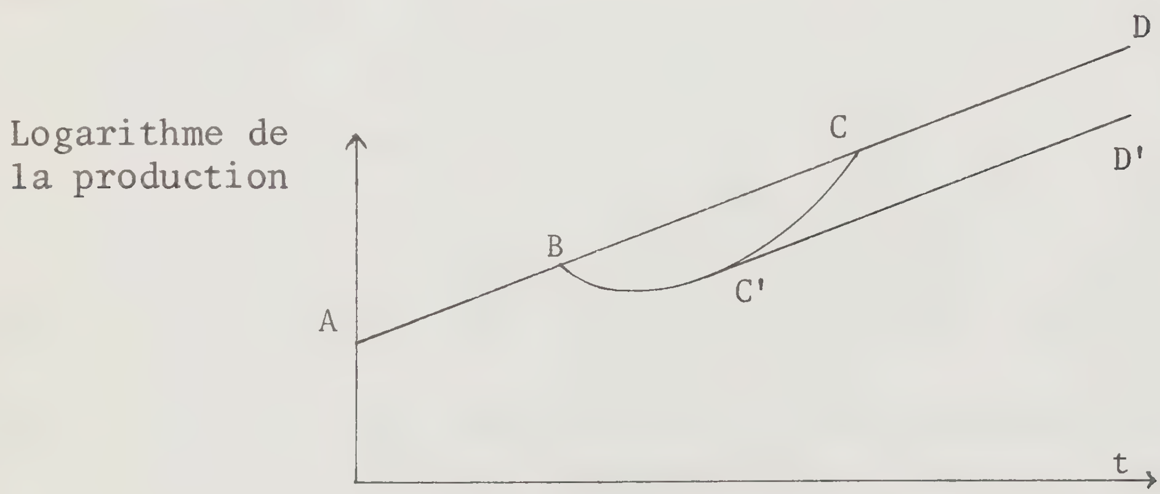
Mais, en courte période, la croissance de la production peut s'écarter de sa tendance à long terme; dans ce cas, on ne peut pas calculer le taux d'inflation comme un reste. Même en considérant la masse monétaire et le comportement de la vitesse de rotation de la monnaie comme donnés, le taux de variation de la production reste indéterminé. C'est seulement dans le cas où ce taux est fonction du taux de variation des prix que l'on peut utiliser l'équation de quantité pour calculer le taux d'inflation. Par conséquent, on peut considérer le problème de la répartition des changements du revenu nominal en modifications de la production réelle et des prix comme un problème se posant en termes de facteurs de l'inflation en courte période. Dans la présente étude, nous essayerons de relier les théories de l'inflation s'appliquant au court et au long terme en recherchant une cause commune dans l'évolution du taux de variation de la masse monétaire. Nous ne nous prononcerons pas quant au bien-fondé de cette explication eu égard au comportement observé des prix et de la production avant d'avoir présenté les résultats de notre analyse.

Dans le chapitre suivant, nous présenterons un modèle théorique qui relie les variations à court terme du taux

cette question a été examinée. D'un autre côté, si l'on prend à la lettre l'analyse de la courbe de Phillips, on ne peut abaisser de manière permanente le taux de l'inflation qu'en réduisant de façon permanente le niveau de l'emploi, et donc de la production.

Selon certains économistes, notamment Friedman (cf. réf. no 9) et Phelps (cf. réf. no 15), la courbe de Phillips représente en fait une relation à court terme entre les taux de variation des prix et les niveaux du chômage (ou de la production). On peut exprimer cette nouvelle conception de façon légèrement différente en disant que les variations du taux de croissance des prix sont liées, à court terme, aux variations du taux de chômage et, par conséquent, aux fluctuations à court terme de la production. Dans ces conditions, l'incompatibilité oppose les changements du taux de l'inflation et les modifications du taux de variation de la production. Ainsi, par exemple, une réduction permanente du taux de l'inflation s'accompagne d'abord d'un accroissement du taux de chômage, lequel entraîne un ralentissement du taux de croissance de la production (voir une diminution de ce taux). Cependant, après un certain temps, le taux de chômage revient à son niveau initial - ou "taux normal" (9) - et le taux de croissance de la production s'accélère pendant la transition au taux normal.

L'évolution de la production suivrait la courbe ABC, ou peut-être ABC' (représentation plus exacte de la réalité, que nous étudierons dans la section 4) dans le graphique 1. Le caractère à court terme ou transitoire du phénomène se reflète dans le fait que la production retrouve la tendance initiale de sa croissance à long terme, AD, dans le cas de ABC, ou son taux de croissance à long terme dans le cas de ABC'.



Graphique 1

Chapitre un

INTRODUCTION

Lorsque l'on envisage le problème de la lutte contre l'inflation, on postule toujours, même si ce n'est que de manière implicite, que le ralentissement du taux de croissance des prix exige certains sacrifices du côté de la production et de l'emploi. A l'extrême, cette notion revêt un aspect théologique: plus le péché est grave, c'est-à-dire plus le taux d'inflation est haut, plus le prix de la rédemption sera élevé, à savoir les pertes de production et d'emploi. A l'autre extrême, cette idée d'incompatibilité s'observe dans la relation communément appelée courbe de Phillips (cf. réf. no 16)[a].

Dans les études récentes portant sur la courbe de Phillips, on s'est surtout efforcé de savoir si l'incompatibilité observée représentait un phénomène à court ou à long terme. Les analyses de ce problème destinées au grand public, comme celles contenues dans les journaux, par exemple, ou même dans les déclarations des gouvernements au sujet de leurs politiques économiques, ne permettent pas de voir quelle hypothèse on a retenue, si tant est que

---

[a]Les numéros entre parenthèses renvoient aux numéros correspondants dans la bibliographie.

GRAPHIQUES

TABLEAUX

TABLE DES MATIÈRES

En vente chez Information Canada à Ottawa,
et dans les librairies d'Information Canada:

HALIFAX
1683, rue Barrington

MONTRÉAL
640 ouest, rue Ste-Catherine

OTTAWA
171, rue Slater

TORONTO
221, rue Yonge

WINNIPEG
393, avenue Portage

VANCOUVER
800, rue Granville

ou chez votre libraire.

Prix: $2.25 N° de catalogue: RG33–16/1973

Prix sujet à changement sans avis préalable

Information Canada
Ottawa, 1973

Rapport entre les variations de la masse monétaire et les fluctuations de la production et des prix au Canada (1954-1969)

par

John L. Scadding

«Le présent document fait partie d'une série d'études préparées pour la Commission des prix et des revenus. Les analyses et les conclusions que contiennent ces études sont celles des auteurs et ne reflètent pas nécessairement les opinions de la Commission».

COMMISSION
DES PRIX
ET DES
REVENUS

John L. Scadding

Masse monétaire production et prix (1954-1969)